

Динамические свойства виброзащитных платформ с рычажными связями

С.В. Елисеев^{2 a}, В.Б. Кашуба^{1 b}, Д.Х. Нгуен^{2 c}, А.В. Николаев^{2 d}

¹Братский государственный университет, ул. Макаренко 40, Братск, Россия

²Иркутский государственный университет путей сообщения, ул. Чернышевского 15, Иркутск, Россия

^aeliseev_s@inbox.ru, ^bnauka@brstu.ru, ^chuynhd1987@gmail.com, ^dnikolaev_av@irgups.ru

Статья поступила 18.10.2016, принята 21.11.2016

Рассматриваются вопросы обоснования методологического базиса в построении математических моделей систем виброзащитной защиты оборудования. Показано, что введение механизмов для преобразования движения в виде зубчатых секторов с дополнительными массами позволяет существенно расширить спектр динамических свойств, обеспечивающих виброзащитную защиту. Предлагаемый метод построения моделей ориентирован на формирование структурных схем — аналогов дифференциальных уравнений, к которым применимы правила преобразования структурных образований, принятых в теории автоматического управления. Получила развитие методологическая основа построения математических моделей виброзащитных систем с возможностью формирования оценок и корректировки динамических свойств виброзащитных систем, обладающих определенными геометрическими размерами и рычажными устройствами для преобразования движения элементов. Настройка системы на соответствующие динамические режимы может осуществляться выбором мест расположения дополнительных грузов, имеющих возможность перемещаться по зубчатому сектору. Система в общем случае обладает тремя частотами собственных колебаний, тремя режимами динамического гашения воздействий от внешних возмущений, а также режимом одновременного динамического гашения колебаний по двум координатам при возмущениях со стороны основания. Результаты исследований представляют интерес для специалистов, проектирующих виброзащитные системы.

Ключевые слова: рычажные связи; передаточные функции; динамическое гашение колебаний; динамические режимы.

Dynamic properties of vibration isolation platforms with lever ties

S.V. Eliseev^{2 a}, V.B. Kashuba^{1 b}, D.H. Nguyen^{2 c}, A.V. Nikolaev^{2 d}

¹Bratsk State University; 40 Makarenko St., Bratsk, Russia

²Irkutsk State Transport University; 15 Chernyshevsky St., Irkutsk, Russia

^aeliseev_s@inbox.ru, ^bnauka@brstu.ru, ^chuynhd1987@gmail.com, ^dnikolaev_av@irgups.ru

Received 18.10.2016, accepted 21.11.2016

Issues on methodological basic in constructing mathematical models for vibration protection systems for equipment have been considered. It has been demonstrated that by introducing motion-converting mechanisms in the form of gear sector with additional masses, range of the dynamic properties providing vibration protection can be significantly expanded. Method suggested for constructing models focuses on the formation of structural schemes – analogs of differential equations, for which the rules have been applied to convert structural formations, adopted in theory of automatic control. Methodological basis has been developed for constructing mathematical models of vibration protection systems with features of assessment formation and correction of dynamic properties of vibration isolation systems, having a defined geometric size and lever units to convert the movement of the elements. System adjustment to corresponding dynamic regimes can be carried out by means of selecting locations of additional loads, having the ability to navigate through a gear sector. Generally, the system has three natural frequencies, three regimes of dynamic damping effects of external disturbances, as well as the regime of simultaneous dynamic vibration damping in two coordinates in the perturbations from the base. The research results are of interest for specialists who design vibration protection systems.

Key words: lever ties; transfer functions; dynamic vibration damping; dynamic regimes.

Введение

Управление динамическими состояниями технических систем является одним из важнейших направлений обеспечения надежности и безопасности эксплуатации современных машин, приборов и аппаратуры, что нашло отражение в работах [1–4]. Реализация системного подхода в оценке параметров динамических взаимодействий и особенностей движения элементов систем опирается на использование методов математического моделирования, предполагающих рассмотре-

ние принципиальных и расчетных схем объектов в виде механических колебательных систем [5]. Одним из направлений теоретических исследований технических объектов, находящихся под действием вибрационных динамических нагружений, является структурное математическое моделирование, связанное с использованием динамических аналогий, характерных для широкого класса электрических, механических цепей и систем автоматического управления [6–9]. Действие вибраций на технические объекты отличается большим

разнообразием как в частотных диапазонах, так и в формах динамических проявлений, что требует внимания к поиску и разработке способов и средств оценки, контроля и управления динамическим состоянием технических объектов.

Наибольшее распространение в прикладных задачах защиты объектов от вибрационных воздействий получили направления, связанные с применением специальных технических средств, параметры которых выбираются из соображений эффективного снижения уровня вибраций в определенных частотных диапазонах, отражающих специфику работы машин, оборудования, приборов [10; 11]. Вместе с тем большое значение в задачах динамики машин приобретают направления и разработки, ориентированные на детализированное изучение и оценку значимости возникающих в механических колебательных системах связей между элементами, а также их проявлений во взаимодействиях, отражающихся в формировании определенных структур с характерными свойствами самоорганизации совместных движений элементов [12]. В этом отношении ряд технических объектов, состояние которых определяется параметрами движения системы с несколькими степенями свободы, требует оценки специфических свойств динамических взаимодействий, что связано с учетом согласованности движения систем по отдельным координатам.

В предлагаемой статье развивается методологическая основа построения математических моделей виброзащитных систем с возможностями формирования оценок и корректировки динамических свойств виброзащитных систем, обладающих определенными геометрическими размерами и рычажными устройствами для преобразования движения элементов.

Задачи вибрационной защиты объектов, совершающих движения с одной и несколькими степенями свободы, по существу, сводятся к задачам динамики общего вида, в которых определяются оценки динамического состояния объекта при действии периодических или ударных внешних сил [13]. При наличии объекта защиты с несколькими степенями свободы его движение отображается расчетными схемами в виде механических колебательных систем с несколькими степенями свободы, что предопределяет появление большего числа различных динамических связей. В этом плане структурные методы представления объектов, в рамках которых механическая колебательная система отображается эквивалентной в динамическом отношении структурной схемой системы автоматического управления, обладают преимуществами в оценке, трансформации и интерпретации динамических связей между элементами системы.

Некоторые общие положения. Постановка задачи исследования. Рассматривается принципиальная схема виброзащитной подвески прибора (или виброзащитной платформы) от внешних возмущений со стороны опорной поверхности. Ряд вопросов динамики виброзащитных систем с дополнительными связями рассмотрен в работах [14–16]. Рассматриваемая система (рис. 1) содержит рычажные механизмы, соединенные

между собой зубчатой передачей, имеющей две неподвижные точки опоры (т. O_1 и O_2).

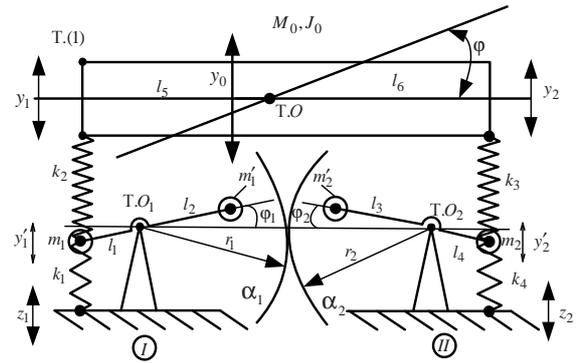


Рис. 1. Принципиальная схема параметров вибрационной защиты устанавливаемого оборудования

На схеме (рис. 1) платформа с массой M_0 , моментом инерции J_0 может совершать малые колебания с тремя степенями свободы в системах обобщенных координат: y_0 , φ , φ_1 (или φ_2), а также y_1 , y_2 и y'_1 (или y'_2). Массоинерционные элементы m_1 , m_2 так же, как сосредоточенные массы m'_1 и m'_2 , являются составными частями зубчатых секторов, совершающих угловые колебательные движения относительно тт. O_1 и O_2 . Размеры зубчатых секторов определяются значениями радиусов r_1 и r_2 ; α_1 и α_2 обозначают числа зубьев соответствующих зубчатых секторов. Сосредоточенные массы m'_1 и m'_2 расположены на расстояниях l_2 и l_3 относительно центров тт. O_1 и O_2 . Центр тяжести платформы расположен в т. O , на расстоянии l_5 и l_6 по отношению к точкам крепления упругих элементов с жесткостями k_2 и k_3 соответственно. Платформа через элементы с жесткостями k_1 и k_4 опирается на опорные поверхности (I), (II), которые могут колебаться по гармоническим законам $z_1(t)$ и $z_2(t)$ соответственно. Предполагается, что в системе реализуются малые колебания относительно положения статического устойчивого равновесия, а система в целом обладает линейными свойствами при исчезающе малых силах сопротивления. Устанавливаемое оборудование, т. е. его массоинерционные параметры учитываются в значениях M_0 и J_0 . В качестве настроечных параметров управления динамическим состоянием рассматриваются длины рычагов l_2 , l_3 , определяющих связи с массоинерционными элементами m'_1 и m'_2 . Взаимные движения элементов m'_1 и m'_2 обеспечиваются вращением зубчатых секторов относительно тт. O_1 и O_2 .

В предлагаемой работе исследуются динамические свойства системы при внешних возмущениях, в том числе кинематических.

Задача исследования заключается в развитии методологических основ построения математических моделей для систем, содержащих в своей структуре рычажные механизмы и устройства для преобразования движения с целью разработки способов и средств управления динамическим состоянием вибрационных систем.

Построение математической модели системы. При построении математической модели учитывает-

ся, что между системами координат имеются соотношения:

$$\begin{aligned} y_0 &= ay_1 + by_2, \varphi = c \cdot (y_2 - y_1), \\ y_1 &= y_0 - l_5 \varphi, y_2 = y_0 + l_6 \varphi, \end{aligned} \quad (1)$$

где $a = \frac{l_6}{l_5 + l_6}$, $b = \frac{l_5}{l_5 + l_6}$, $c = \frac{1}{l_5 + l_6}$.

Построение математической модели проводится в рамках технологий структурного моделирования, основные положения которого приводятся в работах [8; 9; 12; 13].

1. Запишем выражения для кинетической и потенциальной энергий в системах координат y_1, y_2 и y'_1 (или y'_2). Полагаем, что параметры движения упругой системы подвешивания платформы определяются соотношениями:

$$\begin{aligned} \frac{\varphi_2}{\varphi_1} &= i_1, \varphi_1 r_1 = \varphi_2 r_2, \frac{\varphi_2}{\varphi_1} = \frac{r_1}{r_2}, i_1 = \frac{r_1}{r_2} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2}, \\ \varphi_1 &= \frac{y'_1}{l_1}, \varphi_2 = \frac{y'_2}{l_4}, y'_1 = l_1 \varphi_1, y'_2 = l_4 \varphi_2, \\ \frac{y'_2}{y'_1} &= \frac{\varphi_2}{\varphi_1} \cdot \frac{l_4}{l_1} = i_2, \frac{y'_2}{y'_1} = i_1 i_2, \\ i &= \frac{r_1}{r_2} \cdot \frac{l_4}{l_1} = \frac{y'_2}{y'_1}, i'_1 = \frac{l_2}{l_1}, i'_2 = \frac{l_3}{l_4}. \end{aligned} \quad (2)$$

Выражение для кинетической энергии можно представить в виде:

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} M_0 \dot{y}_0^2 + \frac{1}{2} J_0 \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} m_1 \dot{y}'_1{}^2 + \frac{1}{2} m'_1 \left(\dot{y}'_1 \cdot \frac{l_2}{l_1} \right)^2 + \\ &+ \frac{1}{2} m_2 (\dot{y}'_2)^2 + \frac{1}{2} m'_2 \left(\dot{y}'_2 \cdot \frac{l_3}{l_4} \right)^2. \end{aligned} \quad (3)$$

Так как $i'_1 = \frac{l_2}{l_1}$, $i'_2 = \frac{l_3}{l_4}$, можно преобразовать (3),

тогда:

$$T = \frac{1}{2} M_0 \dot{y}_0^2 + \frac{1}{2} J_0 \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} \dot{y}'_1{}^2 \cdot \left[m_1 + m'_1 i'^2_1 + m_2 i^2 + m'_2 (i i'_2)^2 \right]. \quad (4)$$

В свою очередь, потенциальная энергия системы определяется выражением:

$$\begin{aligned} \Pi &= \frac{1}{2} k_1 y'^2_1 + \frac{1}{2} k_2 (y_1 - y'_1)^2 + \\ &+ \frac{1}{2} k_3 (y_2 - y'_2)^2 + \frac{1}{2} k_4 (y'_2)^2. \end{aligned} \quad (5)$$

Преобразуем (4) к виду:

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} M_0 (a \dot{y}_1 + b \dot{y}_2)^2 + \frac{1}{2} J_0 c^2 (\dot{y}_2 - \dot{y}_1)^2 + \\ &+ \frac{1}{2} \dot{y}'_1{}^2 \cdot \left[m_1 + m'_1 i'^2_1 + m_2 i^2 + m'_2 (i i'_2)^2 \right]; \end{aligned} \quad (6)$$

примем, что:

$$m_0 = m_1 + m'_1 i'^2_1 + m_2 i^2 + m'_2 (i i'_2)^2. \quad (7)$$

Система уравнений движения y_1, y_2 и y'_1 принимает вид:

$$(M_0 a^2 + J_0 c^2) \cdot \ddot{y}_1 + y_1 k_2 + (M_0 ab - J_0 c^2) \cdot \ddot{y}_2 - k_2 y'_1 = 0, \quad (8)$$

$$(M_0 b^2 + J_0 c^2) \cdot \ddot{y}_2 + y_2 k_3 + (M_0 ab - J_0 c^2) \cdot \ddot{y}_1 - k_3 y'_1 i = Q, \quad (9)$$

$$m_0 \ddot{y}'_1 + y'_1 (k_1 + k_2 + k_3 i^2 + k_4 i^2) - k_2 y_1 - k_3 i y_2 = 0. \quad (10)$$

Коэффициенты уравнений (8) – (10) приводятся в табл. 1.

Таблица 1

Коэффициенты уравнений (8) – (10) в координатах y_1, y_2 и y'_1 при силовом возмущении

a_{11}	a_{12}	a_{13}
$(M_0 a^2 + J_0 c^2) p^2 + k_2$	$(M_0 ab - J_0 c^2) p^2$	$-k_2$
a_{21}	a_{22}	a_{23}
$(M_0 ab - J_0 c^2) p^2$	$(M_0 b^2 + J_0 c^2) p^2 + k_3$	$-k_3 i$
a_{31}	a_{32}	a_{33}
$-k_2$	$-k_3 i$	$m_0 p^2 + k_1 + k_2 + k_3 i^2 + k_4 i^2$
Обобщенные силы		
\bar{Q}_1	\bar{Q}_2	\bar{Q}_3
\bar{Q}	0	0

Примечание. В табл. 1 $\bar{Q}_1, \bar{Q}_2, \bar{Q}_3$ — обобщенные силы при учете возмущений силового вида; $p = j\omega$ — комплексная переменная ($j = \sqrt{-1}$). Значок (–) соответствует изображению переменной по Лапласу [8; 9; 13].

В уравнениях (8) – (10) полагается, что внешнее возмущение имеет силовой вид и представлено силой Q , приложенной в т. (1) (рис. 1), т. е. кинематические воздействия в данном случае не учитываются. Полагаем, что внешнее возмущение имеет вид сосредоточенной силы \bar{Q} , отнесенной к координате y_1 т. (1) на

рис. 1. Для описания связей между приложенными силами и координатами воспользуемся формулами Крамера [17].

$$\bar{y}_1 = \frac{\bar{Q} \cdot (a_{22} a_{33} - a_{23}^2)}{A_0}, \quad (11)$$

$$\bar{y}_2 = \frac{\bar{Q} \cdot (a_{23}a_{31} - a_{21}a_{33})}{A_0}, \quad (12)$$

$$\bar{y}_3 = \frac{\bar{Q} \cdot (a_{21}a_{32} - a_{22}a_{31})}{A_0}, \quad (13)$$

где
$$A_0 = a_{11}a_{22}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{33}a_{12}a_{21} - a_{22}a_{13}a_{31} + 2a_{13}a_{21}a_{32} \quad (14)$$

является характеристическим уравнением системы (система симметрична: $a_{12} = a_{21}$, $a_{13} = a_{31}$, $a_{23} = a_{32}$). В

данном случае значения a_{11} , a_{12} , a_{13} , a_{21} , a_{22} , a_{23} , a_{31} , a_{32} , a_{33} приведены в табл. 1.

2. Структурная схема системы в координатах y_1, y_2 и y'_1 при силовом возмущении $\bar{Q}_1 = \bar{Q}$ приведена на рис. 2 и состоит из трех парциальных блоков с передаточными функциями:

$$W'_1(p) = \frac{1}{(M_0a^2 + J_0c^2)p^2 + k_2}, \quad (15)$$

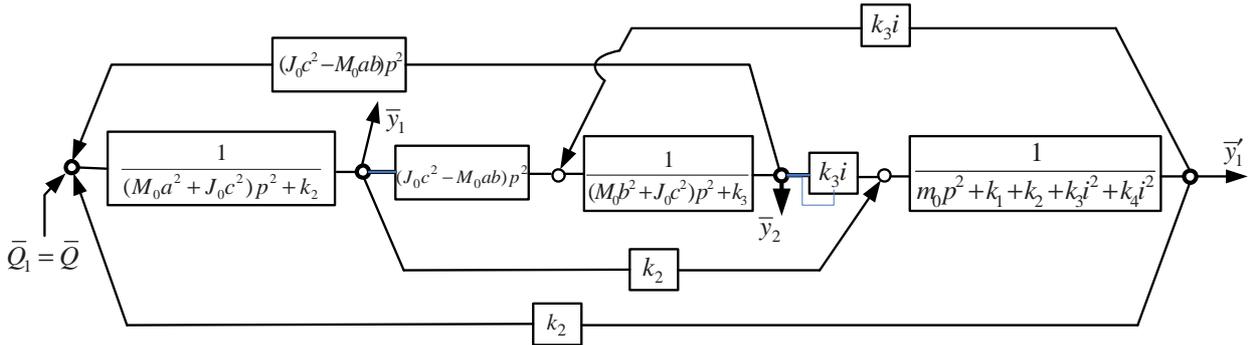


Рис. 2. Структурная схема системы при силовом возмущении

$$W'_2(p) = \frac{1}{(M_0b^2 + J_0c^2)p^2 + k_3}, \quad (16)$$

$$W'_3(p) = \frac{1}{m_0p^2 + k_1 + k_2 + k_3i^2 + k_4i^2}. \quad (17)$$

Между парциальными системами (15), (16) имеется инерционная связь с передаточной функцией:

$$W_{12}(p) = (J_0c^2 - M_0ab)p^2; \quad (18)$$

между парциальными системами (15), (17) реализуется упругая связь с передаточной функцией:

$$W_{13}(p) = k_2. \quad (19)$$

Между парциальными системами (16), (17) образуется упругая связь с передаточной функцией:

$$W_{23}(p) = k_3i. \quad (20)$$

Передаточное отношение i входит также в структуру передаточной функции парциальной системы (17), что создает определенные возможности в реализации задач вибрационной защиты [13].

3. Запишем уравнение движения при силовом возмущении $\bar{Q}_1 = \bar{Q}$ ($z_1 = 0, z_2 = 0$) в системе координат y_0, φ и φ_1 (φ_2). Используя ряд известных соотношений между координатами y'_1 и y'_2 , $y_0 = ay'_1 + by'_2$, а также

$\frac{\varphi_2}{\varphi_1} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2}$, $\frac{\varphi_2}{\varphi_1} = i_1$, получим выражения для кинетической и потенциальной энергии:

$$T = \frac{1}{2}M_0\dot{y}_0^2 + \frac{1}{2}J_0\dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2}m_1l_1^2\dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2}m'_1l_2^2\dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2}m_2l_4^2\dot{\varphi}_1^2i^2 + \frac{1}{2}m'_2l_3^2\dot{\varphi}_1^2i^2, \quad (21)$$

$$\Pi = \frac{1}{2}k_1(l_1\varphi_1)^2 + \frac{1}{2}k_2(y_0 - l_5\varphi - l_1\varphi_1)^2 + \frac{1}{2}k_3(y_0 + l_6\varphi - l_4\varphi_1i)^2 + \frac{1}{2}k_4(l_4i\varphi_1)^2. \quad (22)$$

Сделав соответствующие преобразования, получим систему дифференциальных уравнений движения в координатах y_0, φ и φ_1 при действии внешнего силового фактора $\bar{Q}_1 = \bar{Q}$. При переходе от системы координат y_1, y_2 и y'_1 к системе координат y_0, φ и φ_1 обобщенные силы соответствующим образом изменяются [13; 18]. После преобразований Лапласа коэффициенты уравнения движения в координатах y_0, φ и φ_1 приведены в табл. 2.

4. Определение обобщенных сил в координатной системе y_0, φ и φ_1 при известных внешних нагружениях в системе координат y_1, y_2 и y'_1 приводит к следующим результатам:

$$\bar{Q}_{y_0} = \bar{Q} = \bar{Q}_{y_1}, \quad \bar{M}_\varphi = \bar{Q}l_1, \quad \bar{M}_{\varphi_1} = 0. \quad (23)$$

При этом внешние силы \bar{Q}_{y_0} и \bar{M}_φ должны быть локализованы на входах соответствующих парциальных систем. Структурная схема системы в координатах y_0, φ и φ_1 приведена на рис. 3

Таблица 2

Коэффициенты уравнений (8) – (10) в координатах y_0 , φ и φ_1 при силовом возмущении

a_{11}	a_{12}	a_{13}
$M_0 p^2 + k_2 + k_3$	$-k_2 l_5 + k_3 l_6$	$-k_2 l_1 - k_3 l_4 i_1$
a_{21}	a_{22}	a_{23}
$-k_2 l_5 + k_3 l_6$	$J_0 p^2 + k_2 l_5^2 + k_3 l_6^2$	$k_2 l_1 l_5 - k_3 l_4 l_6 i_1$
a_{31}	a_{32}	a_{33}
$-k_2 l_1 - k_3 l_4 i_1$	$k_2 l_1 l_5 - k_3 l_4 l_6 i_1$	$m_1 l_1^2 + m_1' l_2^2 + m_2 (l_4 i_1)^2 + m_2' (l_3 i_1)^2 + k_2 l_1^2 + k_1 l_1^2 + k_3 (l_4 i_1)^2 + k_4 (l_4 i_1)^2$
Обобщенные силы		
\bar{Q}_{y_0}	\bar{Q}_φ	\bar{Q}_{φ_1}

Примечание. В табл. 2 \bar{Q}_{y_0} , \bar{Q}_φ , \bar{Q}_{φ_1} — обобщенные силы, соответствующие координатам y_0 , φ и φ_1 .

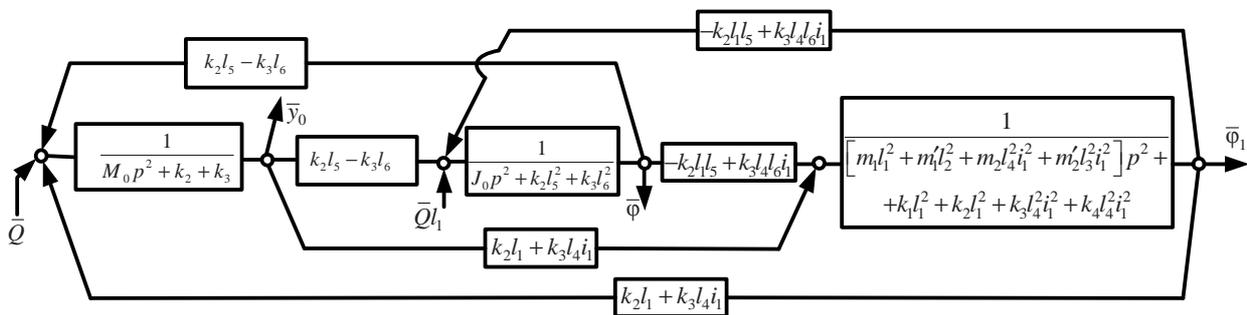


Рис. 3. Структурная схема системы в координатах y_0 , φ и φ_1

Передаточные функции системы при двух входных сигналах (23) могут быть определены на основе принципа суперпозиции с применением формулы Крамера [17]. Например, передаточная функция от входных воздействий с выходом по координате \bar{y}_1 определится:

$$W_1''(p) = \frac{\bar{y}_0}{Q} = \frac{(a_{22}a_{33} - a_{23}^2) + l_1(a_{13}a_{32} - a_{12}a_{33})}{A_0'} \quad (24)$$

В свою очередь:

$$W_2''(p) = \frac{\bar{\varphi}}{Q} = \frac{(a_{23}a_{31} - a_{21}a_{33}) + l_1(a_{11}a_{33} - a_{13}^2)}{A_0'} \quad (25)$$

$$W_3''(p) = \frac{\bar{\varphi}_1}{Q} = \frac{(a_{21}a_{23} - a_{22}a_{31}) + l_1(a_{12}a_{31} - a_{11}a_{23})}{A_0'} \quad (25')$$

где:

$$A_0' = a_{11}a_{22}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{33}a_{12}a_{21} - a_{22}a_{13}a_{31} + 2a_{13}a_{21}a_{32} \quad (25'')$$

Здесь a_{11} , a_{12} , a_{13} , a_{21} , a_{22} , a_{23} , a_{31} , a_{32} , a_{33} определяются из табл. 2.

Таким образом, силовое воздействие Q , приложенное в т. (1) (рис. 1) вызывает движение по координатам y_0 , φ . В этом случае имеет смысл рассматривать возможности определения параметров динамического гашения колебаний и возникновения совместных движений элементов. Аналогичным образом определяются, в случае необходимости, параметры движения по координатам φ_1 (φ_2), если такие данные нужны для расчетов элементов подвески на прочность.

Особенности кинематического возмущения. При известных гармонических движениях основания $z_1(t)$, $z_2(t)$ с одинаковой частотой возмущения передаточные функции системы могут быть получены путем использования принципа суперпозиции.

1. Абсолютное движение элементов механической колебательной системы рассматривается в этом случае как результат суммирования относительного и переносного движений (движение опорных поверхностей I, II (рис. 1) считается переносным).

Запишем выражения для кинетической энергии системы в координатах y_0 , φ и φ_1 :

$$T = \frac{1}{2} M_0 \dot{y}_0^2 + \frac{1}{2} J_0 \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} m_1 (l_1 \dot{\varphi}_1 + \dot{z}_1)^2 + \frac{1}{2} m_1' (-l_2 \dot{\varphi}_1 + \dot{z}_1)^2 + \frac{1}{2} m_2 (l_4 \dot{\varphi}_1 + \dot{z}_2)^2 + \frac{1}{2} m_2' (-l_3 \dot{\varphi}_1 + \dot{z}_2)^2 \quad (26)$$

В системе координат y_1 , y_2 и y_1' выражение (26) преобразуется к виду:

$$T = \frac{1}{2} M_0 (a\dot{y}_1 + b\dot{y}_2)^2 + \frac{1}{2} J_0 c^2 (\dot{y}_2 - \dot{y}_1)^2 + \frac{1}{2} m_1 (\dot{y}_1 + \dot{z}_1)^2 + \frac{1}{2} m_1' (-\dot{y}_1 + \dot{z}_1)^2 + \frac{1}{2} m_2 (\dot{y}_1 + \dot{z}_2)^2 + \frac{1}{2} m_2' (-\dot{y}_1 + \dot{z}_2)^2 \quad (27)$$

Соответственно потенциальная энергия определится:

$$\Pi = \frac{1}{2} k_1 y_1'^2 + \frac{1}{2} k_2 (y_1 - y_1' - z_1)^2 + \frac{1}{2} k_3 (y_2 - y_1' - z_2)^2 + \frac{1}{2} k_4 (y_1' - z_1)^2 \quad (28)$$

В табл. 3 приведены коэффициенты уравнений движения системы в координатах y_1 , y_2 и y_1' .

Таблица 3

Коэффициенты уравнений движения системы при кинематическом возмущении в координатах y_1, y_2 и y_1'

a_{11}	a_{12}	a_{13}
$(M_0 a^2 + J_0 c^2) p^2 + k_2$	$(M_0 ab - J_0 c^2) p^2$	$-k_2$
a_{21}	a_{22}	a_{23}
$(M_0 ab - J_0 c^2) p^2$	$(M_0 b^2 + J_0 c^2) p^2 + k_3$	$-k_3 i$
a_{31}	a_{32}	a_{33}
$-k_2$	$-k_3 i$	$(m_1 + m_1' i'^2 + m_2 i^2 + m_2' i'^2) p^2 + k_1 + k_2 + k_3 i^2 + k_4 i^2$
Обобщенные силы		
\bar{Q}_1''	\bar{Q}_2''	\bar{Q}_3''
$k_2 \bar{z}_1$	$k_3 \bar{z}_2$	$[-(m_1 - m_1' i') p^2 - k_2] \cdot \bar{z}_1 + [-(m_2 - m_2' i') p^2 - k_3] \cdot i \bar{z}_2$

Особый случай внешнего возмущения возникает при $\bar{z}_1 = \bar{z}_2 = \bar{z}$. Кинематическое возмущение трансформируется к виду:

$$Q_1'' = k_2 \bar{z}, \quad (29) \quad Q_2'' = k_3 \bar{z}, \quad (30)$$

$$Q_3'' = (m_0'' p^2 - k_2 - k_3 i) \cdot \bar{z}, \quad (31)$$

где:

$$m_0'' = -m_1 + m_1' i' - (m_2 - m_2' i') i. \quad (32)$$

2. Структурная схема системы в координатах y_1, y_2 и y_1' (рис. 4) дает представление об особенностях формирования динамических взаимодействий между парциальными блоками, их соединениями и внешними кинематическими воздействиями.

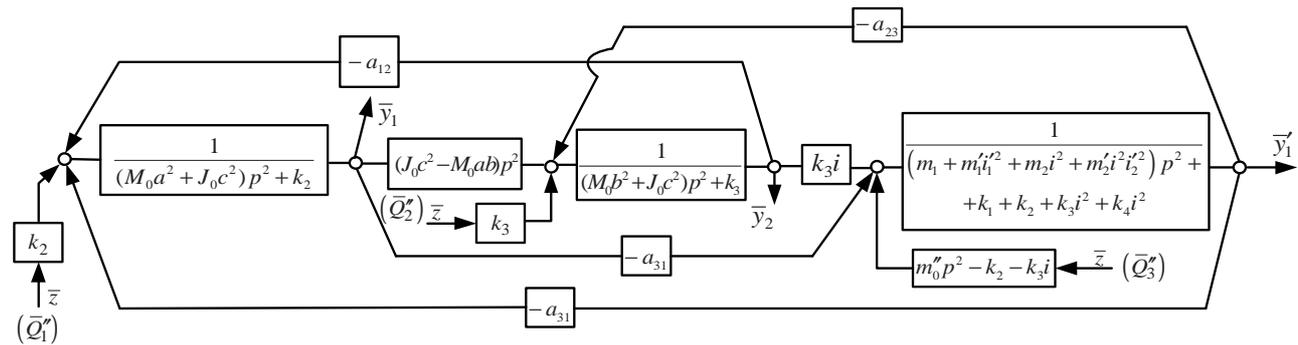


Рис. 4. Структурная схема системы в координатах y_1, y_2 и y_1' при кинематическом возмущении $\bar{z}_1 = \bar{z}_2 = \bar{z}$: a_{12}, a_{23}, a_{31} определяются из табл. 3; m_0'' определяется выражением (32)

В системе координат y_1, y_2 и y_1' при кинематическом возмущении внешнее воздействие одновременно возбуждает колебаниям по всем парциальным блокам. Отметим, что при воздействии по координате y_1' внешние возмущения на частоте:

$$\omega_{y_1'}^2 = \frac{-(k_2 + k_3 i)}{m_0''}. \quad (33)$$

«обнуляются» (или блокируются), т. е. при частоте, определяемой из (33), парциальная система y_1' изолируется от прямых внешних возмущений.

Особенности структурной схемы в координатах y_1, y_2 и y_1' при кинематических возмущениях $z_1(t), z_2(t)$ заключаются в том, что система имеет три входных сигнала, что приводит к необходимости использовать принцип суперпозиции [8; 13]. При $\bar{z}_1 = \bar{z}_2 = \bar{z}$ внешнее кинематическое возмущение также формирует три входных сигнала. Воспользуемся формулами Крамера, принимая, что:

$$Q_1'' = k_2 \bar{z}, \quad Q_2'' = k_3 \bar{z}, \quad Q_3'' = (m_0'' p^2 - k_2 - k_3 i) \bar{z}.$$

Внешняя сила по координате y_1' определяется выражением:

$$Q_{y_1'}'' = \bar{z} \cdot (m_0'' p^2 - k_2 - k_3 i), \quad (33')$$

где m_0'' может быть найдено из (32).

Передаточные функции системы при кинематическом воздействии имеют вид:

$$W_1''(p) = \frac{\bar{y}_1}{\bar{z}} = \frac{k_2(a_{22}a_{33} - a_{23}^2) + k_3(a_{13}a_{32} - a_{12}a_{33}) + (m_0'' p^2 - k_2 - k_3 i) \cdot (a_{12}a_{23} - a_{13}a_{22})}{A_0''}. \quad (34)$$

$$W_2''(p) = \frac{\bar{y}_2}{\bar{z}} = \frac{k_2(a_{23}a_{31} - a_{21}a_{33}) + k_3(a_{11}a_{33} - a_{13}^2) + (m_0'' p^2 - k_2 - k_3 i) \cdot (a_{13}a_{21} - a_{11}a_{23})}{A_0''}, \quad (35)$$

$$W_3''(p) = \frac{\bar{y}_1}{\bar{z}} = \frac{k_2(a_{21}a_{32} - a_{22}a_{31}) + k_3(a_{12}a_{31} - a_{11}a_{32}) + (m_0''p^2 - k_2 - k_3i) \cdot (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})}{A_0''}. \quad (36)$$

Где:

$$A_0'' = a_{11}a_{22}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{33}a_{12}a_{21} - a_{22}a_{13}a_{31} + 2a_{13}a_{21}a_{32}. \quad (36')$$

Здесь $a_{11}, a_{12}, a_{13}, a_{21}, a_{22}, a_{23}, a_{31}, a_{32}, a_{33}$ определяются из табл. 3.

Учет особенностей расположения элементов системы. Малые колебания в исходной системе рассматриваются относительно положения устойчивого статического равновесия, что предполагает для платформы совпадение центра тяжести O и центра качания в одной т. O (рис. 1), определяемой длинами отрезков l_5, l_6 . В зубчатых секторах также предполагается, что центры вращения (т. O_1 и O_2) совпадают с центрами тяжести. При наличии разбалансировки необходимо учитывать влияние смещения центров тяжести в зубчатых секторах, так как вибрация основания приводит к формированию дополнительных возмущений. Такие воздействия являются силами инерции, возникающими в переносном движении. По существу, обобщенные силы, приводимые к координате y_1' , создаваемые движением основания, отражают степень уравновешенности зубчатых секторов (рис. 1). При выполнении условий $m_0'' = 0$, влияние неуравновешенности будет минимальным.

Рассмотрим движения системы в координатах y_0, ϕ и y_1' , запишем выражения для кинетической и потенциальной энергий:

$$T = \frac{1}{2}M_0\dot{y}_0^2 + \frac{1}{2}J_0\dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}m_1(\dot{y}_1' + \dot{z}_1)^2 + \frac{1}{2}m_1'(-\dot{y}_1'i_1' + \dot{z}_1)^2 + \frac{1}{2}m_2(\dot{y}_1'i + \dot{z}_2)^2 + \frac{1}{2}m_2'(-\dot{y}_1'i_2' + \dot{z}_2)^2, \quad (37)$$

$$\Pi = \frac{1}{2}k_1y_1'^2 + \frac{1}{2}k_2(y_0 - l_5\phi - y_1' - z_1)^2 + \frac{1}{2}k_3(y_0 + l_6\phi - y_1'i - z_2)^2 + \frac{1}{2}k_4(y_1'i)^2. \quad (38)$$

Уравнения движения в координатах y_0, ϕ и y_1' имеют вид:

$$M_0\ddot{y}_0 + y_0 \cdot (k_2 + k_3) + \phi \cdot (-k_2l_5 + k_3l_6) - y_1' \cdot (k_2 + k_3i) = k_2z_1 + k_3z_2, \quad (39)$$

$$J_0\ddot{\phi} + \phi \cdot (k_2l_5^2 + k_3l_6^2) + y_0 \cdot (-k_2l_5 + k_3l_6) + y_1' \cdot (k_2l_5 - k_3l_6i) = -k_2l_5z_1 + k_3l_6z_2, \quad (40)$$

$$\ddot{y}_1' \cdot \left[\begin{matrix} m_1 + m_1'i_1'^2 + \\ + m_2i^2 + m_2'i_2'^2 \end{matrix} \right] + y_1' \cdot \left[\begin{matrix} k_1 + k_2 + \\ + k_3i^2 + k_4i^2 \end{matrix} \right] - y_0 \cdot (k_2 + k_3i) + \phi \cdot (k_2l_5 - k_3l_6i) = - (m_1 - m_1'i_1') \cdot \ddot{z}_1 - k_2z_1 - i(m_2 - m_2'i_2') \cdot \ddot{z}_2 - k_3iz_2. \quad (41)$$

Коэффициенты уравнений движения в координатах y_0, ϕ и y_1' при кинематическом возмущении приведены в табл. 4

Таблица 4

Коэффициенты уравнений движения системы при кинематическом возмущении в координатах y_0, ϕ и y_1'

a_{11}	a_{12}	a_{13}
$M_0p^2 + k_2 + k_3$	$-k_2l_5 + k_3l_6$	$-(k_2 + k_3i)$
a_{21}	a_{22}	a_{23}
$-k_2l_5 + k_3l_6$	$J_0p^2 + k_2l_5^2 + k_3l_6^2$	$k_2l_5 - k_3l_6i$
a_{31}	a_{32}	a_{33}
$-(k_2 + k_3i)$	$k_2l_5 - k_3l_6i$	$(m_1 + m_1'i_1'^2 + m_2i^2 + m_2'i_2'^2)p^2 + k_1 + k_2 + k_3i^2 + k_4i^2$
Обобщенные силы		
\bar{Q}_1''	\bar{Q}_2''	\bar{Q}_3''
$k_2z_1 + k_3z_2$	$-k_2l_5z_1 + k_3l_6z_2$	$-(m_1 - m_1'i_1') \cdot \ddot{z}_1 - k_2z_1 - i(m_2 - m_2'i_2') \cdot \ddot{z}_2 - k_3iz_2$
При $\bar{z}_1 = \bar{z}_2 = \bar{z} \quad (k_2 + k_3)\bar{z}$	При $\bar{z}_1 = \bar{z}_2 = \bar{z} \quad (-k_2l_5 + k_3l_6)\bar{z}$	При $\bar{z}_1 = \bar{z}_2 = \bar{z} \quad (m_0''p^2 - k_2 - k_3i)\bar{z}$

Передаточные функции системы при кинематическом возмущении $\bar{z}_1 = \bar{z}_2 = \bar{z}$ представлены выражениями:

$$W_1^{IV}(p) = \frac{\bar{y}_0}{\bar{z}} = \frac{(k_2 + k_3) \cdot (a_{22}a_{33} - a_{23}^2) + (-k_2l_5 + k_3l_6) \cdot (a_{13}a_{32} - a_{12}a_{33}) + (m_0''p^2 - k_2 - k_3i) \cdot (a_{12}a_{23} - a_{13}a_{22})}{A_0''}, \quad (42)$$

$$W_2^{IV}(p) = \frac{\bar{\phi}}{\bar{z}} = \frac{(k_2 + k_3) \cdot (a_{23}a_{31} - a_{21}a_{33}) + (-k_2l_5 + k_3l_6) \cdot (a_{11}a_{33} - a_{13}^2) + (m_0''p^2 - k_2 - k_3i) \cdot (a_{13}a_{21} - a_{11}a_{23})}{A_0''}, \quad (43)$$

$$W_3^{IV}(p) = \frac{\bar{y}_1}{\bar{z}} = \frac{(k_2 + k_3) \cdot (a_{21}a_{32} - a_{22}a_{31}) - (-k_2l_5 + k_3l_6) \cdot (a_{12}a_{31} - a_{11}a_{32}) + (m_0''p^2 - k_2 - k_3i) \cdot (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})}{A_0''}, \quad (44)$$

где параметры $a_{11}, a_{12}, a_{13}, a_{21}, a_{22}, a_{23}, a_{31}, a_{32}, a_{33}$ определяются из табл. 4.

Структурная схема системы в координатах y_0, ϕ и y_1' представлена на рис. 5.

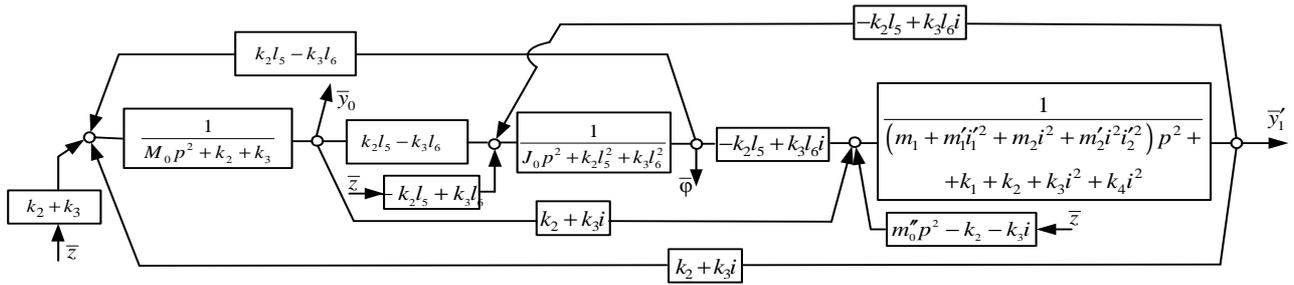


Рис. 5. Структурная схема системы (рис. 1) в координатах y_0 , φ и y_1' при кинематическом возмущении $\bar{z}_1 = \bar{z}_2 = \bar{z}$

В общем случае механическая колебательная система (рис. 1) обладает тремя резонансными частотами и двумя режимами динамического гашения колебаний. В системе возможны ситуации «блокировки» кинематических возмущений по координате y_1' , что определяется из равенства нуля оператора при \bar{z} из табл. 2 и 3.

Особенности динамических свойств системы. Сравнительный анализ динамических свойств системы, построенный на оценке передаточных функций (34) – (36), позволяет заключить, что при действии кинематического возмущения (в виде гармонических колебаний $z(t)$) возможны три режима движений объекта защиты по координатам y_1 и y_2 .

По координатам y_1 и y_2 по отдельности могут быть найдены частоты возмущения, при которых движения по координате y_1 и y_2 , рассматриваемых по отдельности, могут получать нулевые значения. В формальном виде условия динамического гашения колебаний по отдельной координате определяются из частотных уравнений, получаемых при «обнулении» числителей передаточных функций в выражениях (34) и (35). На рис. 6 приведены амплитудно-частотные характеристики:

$$W_1''(\omega) = \frac{\bar{y}_1}{\bar{z}}(\omega) \quad (a) \quad \text{и} \quad W_2'''(\omega) = \frac{\bar{y}_2}{\bar{z}}(\omega) \quad (б).$$

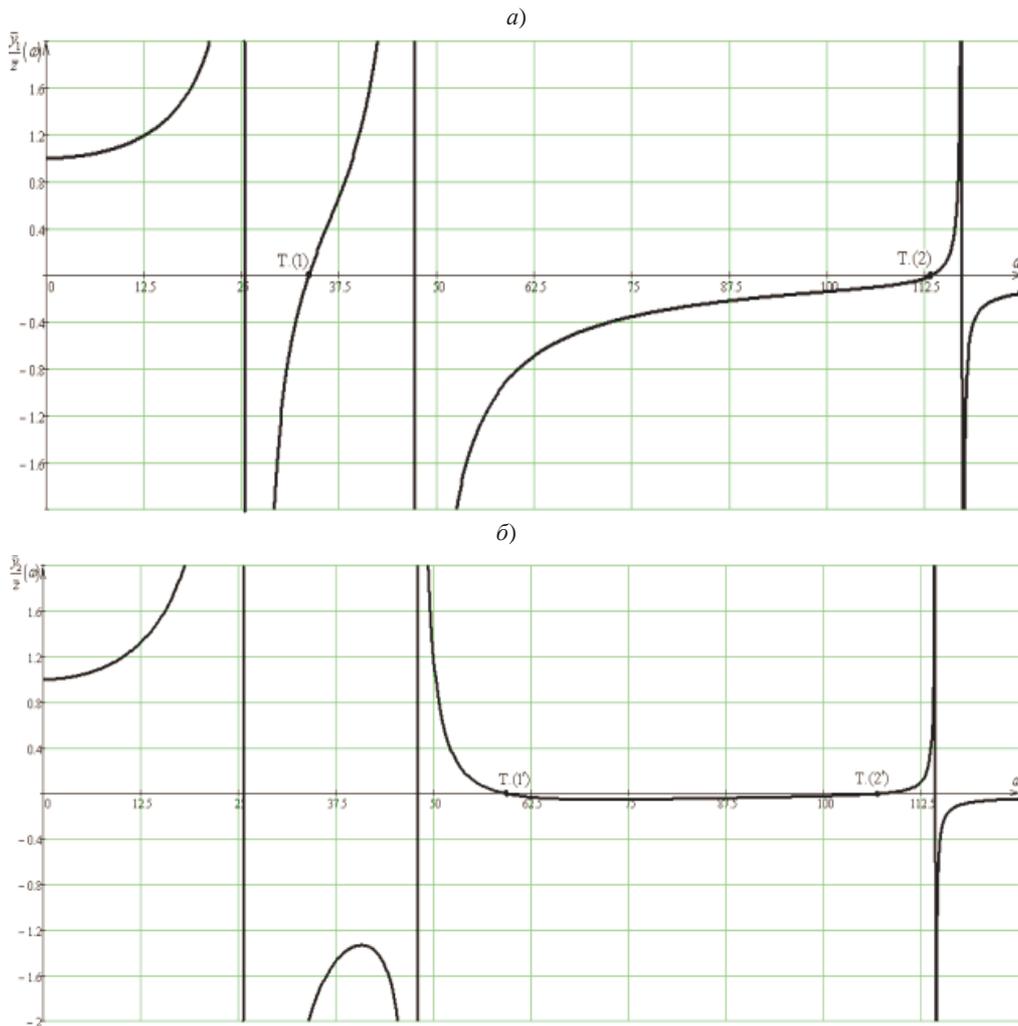


Рис. 6. Амплитудно-частотные характеристики системы: а — при гашении колебаний по координате y_1 ($i_2 = 1.095$); б — при гашении колебаний по координате y_2 ($i_2 = 1.4864$); параметры системы или расчета: $M = 100$ кг, $J = 25$ кгм², $a = 0.4$ м, $b = 0.6$ м, $k_1 = 60$ кН/м, $k_2 = 100$ кН/м, $k_3 = 100$ кН/м, $k_4 = 80$ кН/м, $i_1 = 1.5$, $i_1' = 0.5$, $i_2' = 0.5$, $m_1 = 5$ кг, $m_2 = 15$ кг, $m_1' = 10$ кг, $m_2' = 5$ кг

Точка (1) (рис. 6 а) соответствует первой частоте динамического гашения колебаний, а точка (2) — второй частоте динамического гашения колебаний. При этом принимается во внимание то обстоятельство, что внешнее возмущение от движения основания приходится одновременно на все входы парциальных систем. По координате y_2 (рис. 6 б) также можно зафиксировать две частоты динамического гашения. Что касается движений по координате y'_1 , то, как это следует из (36), может быть получено три частоты динамического гашения. Этот случай отдельно не рассматривается. Таким образом, исходная система (рис. 1) потенциально обладает возможностями получения режимов динамического гашения колебаний по два в координатах y_1 и y_2 , а три режима динамического гашения колебаний — по координате y'_1 , что сопровождается нетрадиционными возможностями трансформации амплитудно-частотных характеристик. Параметры механической колебательной системы в задаче вычислительного

моделирования приведены в подрисуночной надписи к рис. 6.

Для амплитудно-частотных характеристик $\frac{\bar{y}'_1}{\bar{z}}(\omega)$ на частотах $\omega \rightarrow \infty$ наблюдается некоторый предел отношения выходного сигнала к входному. В свою очередь, при $\omega \rightarrow 0$ также наблюдается определенное отношение амплитуд, получаемое из (34) – (36) при $p \rightarrow 0$.

1. Вторым видом динамических режимов определяется возможностями одновременного «обнуления» координат \bar{y}_1 и \bar{y}_2 при определенных частотах. На рис. 7 а, б показаны графики зависимостей $\frac{\bar{y}_1}{\bar{z}}(\omega)$ и $\frac{\bar{y}_2}{\bar{z}}(\omega)$, которые одновременно пересекают ось абсцисс на одной и той же частоте (т. (2) и т. (2') на рис. 7 а, б). Точки (2) и (2') соединены вертикальной штрих-пунктирной линией на частоте $\omega = 121.9$ Гц.

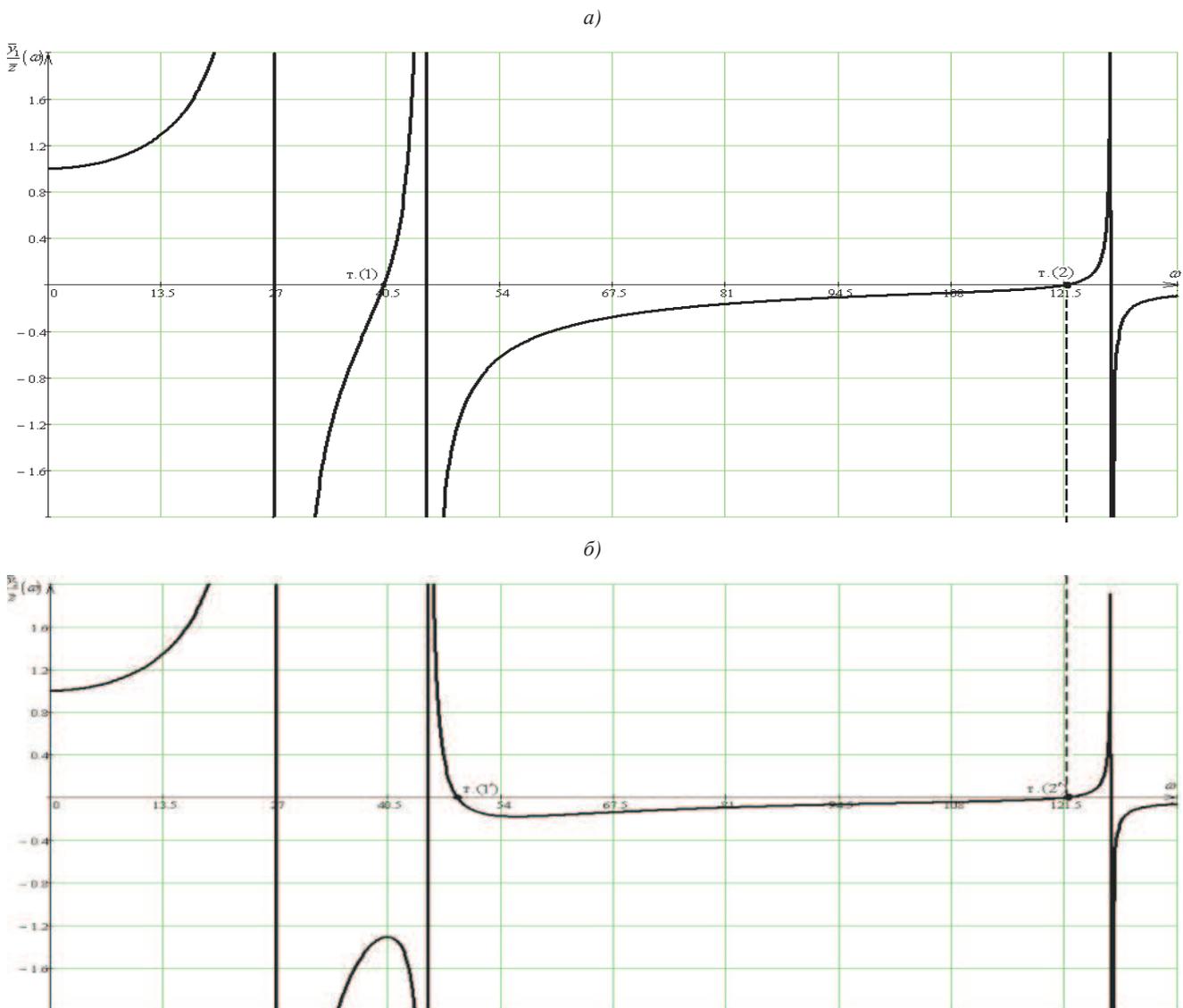


Рис. 7. Графики зависимостей $\frac{\bar{y}_1}{\bar{z}}(\omega)$ и $\frac{\bar{y}_2}{\bar{z}}(\omega)$ при условиях одновременного гашения колебаний \bar{y}_1 и \bar{y}_2 ; параметры системы или расчета: $M = 100$ кг, $J = 25$ кгм², $a = 0.4$ м, $b = 0.6$ м, $k_1 = 60$ кН/м, $k_2 = 100$ кН/м, $k_3 = 100$ кН/м, $k_4 = 80$ кН/м, $i_1 = 1.5$, $i_2 = 0.66667$, $i'_1 = 0.40399$, $i'_2 = 0.5$, $m_1 = 5$ кг, $m_2 = 15$ кг, $m'_1 = 10$ кг, $m'_2 = 5$ кг

2. Третий вид динамических режимов наблюдается при условии одновременного выполнения условий, когда $k_2 \rightarrow \infty, k_3 \rightarrow \infty$. В этом случае система (рис. 1) преобразуется в систему с одной степенью свободы (рис. 8); при этом при $\omega \rightarrow \infty$ отношение амплитуд колебаний $\frac{\bar{y}'_1}{z}$ определяется стационарным значением. Что касается отношений $\frac{\bar{y}'_1}{z}, \frac{\bar{y}'_2}{z}$, то они могут быть

неодинаковыми, из-за наличия связи, создаваемой зубчатой передачей.

Для практической реализации подобного рода эффектов необходима «блокировка» движений $y_1 - y'_1$ и $y_2 - y'_2$, что может быть обеспечено установкой определенных стопорящих механизмов параллельно пружинам с жесткостями k_2 и k_3 . На рис. 8 а приведено семейство частотных характеристик для случаев изменения массы объекта защиты в пределах от 60 до 150 кг.

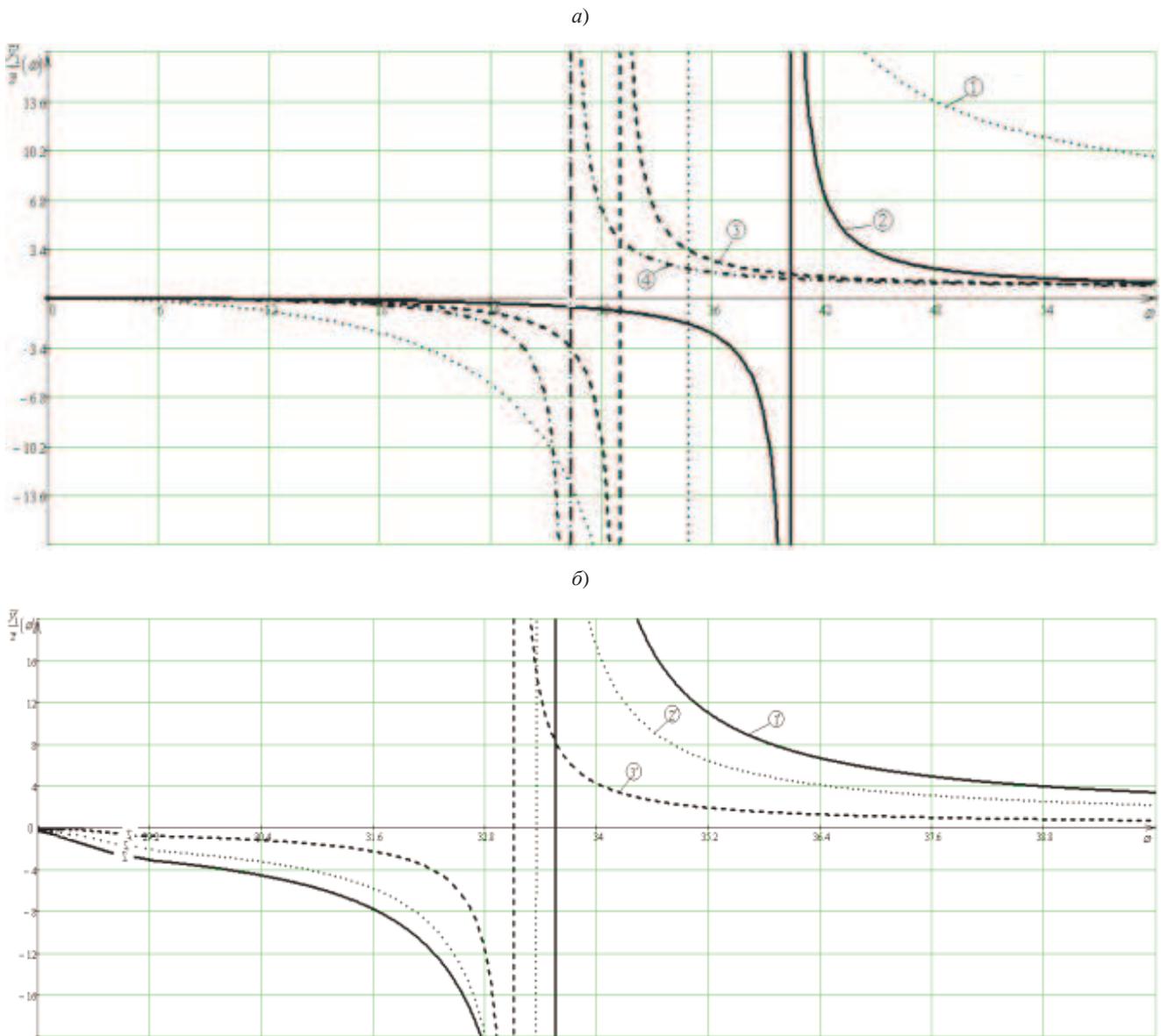


Рис. 8. Семейство графиков зависимостей частотных характеристик $\frac{\bar{y}'_1}{z}(\omega)$ при $k_2 \rightarrow \infty, k_3 \rightarrow \infty$: а — при различных значениях масс объекта защиты. График 1 соответствует $M = 60$ кг, график 2 соответствует $M = 90$ кг, 3 — $M = 120$ кг, 4 — $M = 150$ кг; б — при различных значениях i_1 ($1' - i_1 = 0.1, 2' - i_1 = 1, 3' - i_1 = 3$), $M = 100$ кг

Кривым 1; 2; 3; 4 соответствуют расчетные массы объекта защиты 60; 90; 120; 150 кг соответственно (рис. 8 а). Кривые 1'; 2'; 3' на рис. 8 б являются семейством кривых, отражающих изменения i_1 в пределах 0.1; 1; 3 для объекта защиты с $M = 100$ кг.

В расчетах принимается, что увеличение k_2 и k_3 приводит к значительному повышению второй и третьей собственных частот, которые практически не реализуются в физическом смысле.

Таким образом, использование в структуре механических колебательных систем дополнительных связей в

виде механизмов для преобразования движения при рассмотрении задач динамики объектов машиностроения может существенно расширить спектр динамических свойств систем при действии возмущений кинематической природы.

Заключение

Предлагается метод построения структурных математических моделей для механических колебательных систем, в составе которых имеются твердые тела, совершающие плоское движение, и устройства для преобразования движения. В подобного рода системах реализуются многочисленные динамические связи, в том числе, свойственные рычажным механизмам.

Особенностью рассматриваемой механической системы является наличие кинематической связи между двумя рычагами второго рода, соединенными между собой зубчатой передачей. Система имеет дополнительные массы, сосредоточенные на концах рычагов, что создает условия для настройки режимов динамического состояния.

1. Разработана методологическая основа получения структурных математических моделей при силовых возмущениях, приложенных непосредственно к твердому телу, рассматриваемому в качестве объекта вибрационной защиты. Для оценки динамических свойств предлагается применение передаточных функций, отражающих влияние различных динамических связей, в том числе, создаваемых разнесенными дополнительными сосредоточенными массами. Показаны возможности изменения динамических свойств при соответствующем выборе параметров взаимодействующих между собой рычажных механизмов с настраиваемыми параметрами.

2. При действии кинематических внешних возмущений со стороны опорной поверхности характер взаимодействия элементов системы существенным образом изменяется. Предложена технология преобразования систем и построения структурных математических моделей в виде структурных схем эквивалентных в динамическом отношении систем автоматического управления. Разработана методика определения приведенных массоинерционных параметров и внешних сил, приводимых к соответствующим координатам системы.

3. Получены аналитические соотношения для определения параметров характерных динамических состояний, которые могут представлять интерес для приложений в вибрационной защите машин, оборудования и приборов. В частности, это связано с возможностями получения динамического гашения колебаний одновременно по двум координатам.

Литература

1. Махутов Н.А., Петров В.П., Куксова В.И., Москвитин Г.В. Современные тенденции развития научных исследова-

нии по проблемам машиноведения и машиностроения // Проблемы машиностроения и автоматизации. 2008. № 3. С. 16-37.

2. Доронин С.В., Похабов Ю.П., Москвичев В.В. Экспертиза конструктивных решений и технологии проектирования инновационных изделий машиностроения. Красноярск: СКТБ «Наука»: КНЦ СО РАН, 2011. 72 с.

3. Галиев И.И., Нехаев В.А., Николаев В.А. Методы и средства виброзащиты железнодорожных экипажей. М.: Учеб.-метод. центр по образованию на железнодорож. транспорте, 2010. 340 с.

4. Хоменко А.П. Динамика и управление в задачах виброзащиты и виброизоляции подвижных объектов. Иркутск: ИГУ, 2000. 293 с.

5. Тарасик В.П. Математическое моделирование технических систем. 2-е изд. испр. и доп. Минск: Дизайн ПРО, 2004. 640 с.

6. Коловский М.З. Автоматическое управление виброзащитными системами. М.: Наука, 1976. 320 с.

7. Ленк А. Электромеханические системы. Системы с сосредоточенными параметрами. М.: Мир, 1978. 283 с.

8. Елисеев С.В., Резник Ю.И., Хоменко А.П. Мехатронные подходы в динамике механических колебательных систем. Новосибирск: Наука, 2011. 384 с.

9. Хоменко А.П., Елисеев С.В., Ермошенко Ю.В. Системный анализ и математическое моделирование в мехатронике виброзащитных колебательных систем. Иркутск: 2012. 288 с.

10. Вибрации в технике: справочник: в 6 т. Т.1 Колебания линейных систем / под ред. В.В. Болотина. М.: Машиностроение, 1978. 352 с.

11. Harris' C.M., Allan G. Shock and Vibration Handbook. USA. Mc Graw-Hill, New-York, 2002. P. 877.

12. Елисеев С.В., Хоменко А.П. Динамическое гашение колебаний: концепция обратной связи и структурные методы математического моделирования. Новосибирск: Наука, 2014. 357 с.

13. Елисеев С.В., Резник Ю.И., Хоменко А.П., Засядко А.А. Динамический синтез в обобщенных задачах виброзащиты и виброизоляции технических объектов. Иркутск: ИГУ, 2008. 523 с.

14. Елисеев С.В., Белокобыльский С.В., Упырь Р.Ю., Гозбенко В.Е. Рычажные связи в задачах динамики механических колебательных систем. Теоретические аспекты. Иркутск: Иркут. гос. ун-т путей сообщения, 2009. 158 с. Рус. Деп. в ВИНТИ 27.11.09 № 737 – В 2009.

15. Елисеев С.В., Ермошенко Ю.В. Сочленения звеньев в динамике механических колебательных систем: моногр. Иркутск: ИрГУПС, 2012. 156 с.

16. Белокобыльский С.В., Елисеев С.В., Ситов И.С. Динамика механических систем. рычажные и инерционно-упругие связи. СПб., 2013. 319 с.

17. Дружинский И.А. Механические цепи. М.: Машиностроение, 1977. 238 с.

18. Лурье А.И. Аналитическая механика. М.: Наука, 1968. 720 с.

References

1. Makhutov N.A., Petrov V.P., Kuksova V.I., Moskvitin G.V. Modern lines of development scientific researches on the problems of machine science and mechanical engineering // Engineering and Automation Problems. 2008. № 3. P. 16-37.

2. Doronin S.V., Pokhabov Yu.P., Moskvichev V.V. Expertise of design solutions and technology of designing innovative products of mechanical engineering. Krasnoyarsk: SKTB «Nauka»: KNTs SO RAN, 2011. 72 p.
3. Galiev I.I., Nekhaev V.A., Nikolaev V.A. Methods and means of vibration protection of railway vehicles. M.: Ucheb.-metod. tsentr po obrazovaniyu na zheleznodor. Transporte, 2010. 340 p.
4. Khomenko A.P. Dynamics and control in problems of vibration protection and vibration isolation of moving objects. Irkutsk: IGU, 2000. 293 p.
5. Tarasik V.P. Mathematical modeling of technical systems. 2-e izd. ispr. i dop. Minsk: Dizain PRO, 2004. 640 p.
6. Kolovskii M.Z. Automatic control of vibration protection systems. M.: Nauka, 1976. 320 p.
7. Lenk A. Electromechanical systems. Systems with concentrated parameters. M.: Mir, 1978. 283 p.
8. Eliseev S.V., Reznik Yu.I., Khomenko A.P. Mechatronic approaches in the dynamic of mechanical oscillatory systems. Novosibirsk: Nauka, 2011. 384 p.
9. Khomenko A.P., Eliseev S.V., Ermoshenko Yu.V. System analysis and mathematical modeling in mechatronic of vibration protection oscillatory systems. Irkutsk: 2012. 288 p.
10. Vibrations in technique: handbook in 6 v. Vol. 1. Vibrations of linear systems / pod red. V.V. Bolotina. M.: Mashinostroenie, 1978. 352 p.
11. Harris' C.M., Allan G. Shock and Vibration. Handbook. USA. Mc Graw-Hill, New-York, 2002. P. 877.
12. Eliseev S.V., Khomenko A.P. Dynamic vibration damping: conception of the feedback and structural methods of mathematical modeling. Novosibirsk: Nauka, 2014. 357 p.
13. Eliseev S.V., Reznik Yu.I., Khomenko A.P., Zasyadko A.A. Dynamic synthesis in generalized problems of vibration protection and vibration isolation of technical objects. Irkutsk: IGU, 2008. 523 p.
14. Eliseev S.V., Belokobyl'skii S.V., Upyr' R.Yu., Gozbenko V.E. Lever ties in problems of the dynamic of mechanical oscillatory systems. Theoretical aspects. Irkutsk: Irkut. gos. Un-t putei soobshcheniya, 2009. 158 p. Rus. Dep. v VINITI 27.11.09 № 737 - V 2009.
15. Eliseev S.V., Ermoshenko Yu.V. Joints links in the dynamic of mechanical vibration systems: monogr. Irkutsk: IrGUPS, 2012. 156 p.
16. Belokobyl'skii S.V., Eliseev S.V., Sitov I.S. Dynamic of mechanical systems. Lever and the inertial-elastic ties. SPb., 2013. 319 p.
17. Druzhinskii I.A. Mechanical chains. M.: Mashinostroenie, 1977. 238 p.
18. Lur'e A.I. Analytical mechanics. M.: Nauka, 1968. 720 p.

УДК 62.752: 621:534.833: 888.6

DOI: 10.18324/2077-5415-2016-4-28-38

Связность движения элементов и формы внешних воздействий: математические модели взаимодействий в цепных структурах

Н.Ж. Кинаш^{1 a}, В.Б. Кашуба^{2 b}, К.Ч. Выонг^{3 c}

¹Московский инженерный центр ОАО «РЖД», ул. Новорязанская 17, Москва, Россия

²Братский государственный университет, ул. Макаренко 40, Братск, Россия

³Иркутский государственный университет путей сообщения, ул. Чернышевского 15, Иркутск, Россия

^an.kinash@icloud.com, ^bnauka@brstu.ru, ^ctrucvq1990@gmail.com

Статья поступила 16.10.2016, принята 21.11.2016

Разработана методологическая основа рассмотрения особенностей колебательных процессов в механических цепных системах с тремя степенями свободы. Предложен метод построения математических моделей для оценки форм совместных движений, вызванных действием нескольких силовых факторов. Показаны возможности появления новых динамических эффектов, отражающих связи между одновременными движениями элементов. Сформулированы понятия о динамических жесткостях фрагментов колебательных систем и возможности их рассмотрения в качестве квазиупругих элементов или квазиупругих. Предложена технология определения параметров динамических взаимодействий элементов на основе использования характеристического частотного уравнения системы. Обозначено развитие методологических позиций в оценке динамических свойств механических колебательных систем с тремя степенями свободы при учете внешних возмущений одновременно по нескольким входам. Продемонстрировано расширение динамических возможностей, связанное с эффектами одновременного действия внешних сил, что изменяет приведенные массоинерционные и упругие характеристики системы. Разработана технология преобразования передаточных функций механических колебательных систем при одновременном действии нескольких возмущений на входы парциальных систем. Предложено понятие обобщенной парциальной системы, которая обладает двумя степенями свободы. Приводятся результаты вычислительного моделирования.

Ключевые слова: структурные математические модели; передаточные функции; динамическая жесткость; форма внешних возмущений; динамическое гашение колебаний.