

## ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ И МАШИНОСТРОЕНИЯ

УДК 621.534.833.866.6

DOI: 10.18324/2077-5415-2016-4-7-16

### Динамические аналогии в задачах теории цепей и автоматического управления: структурные интерпретации

С.В. Белокобыльский<sup>1 a</sup>, С.В. Елисеев<sup>2 b</sup>

<sup>1</sup>Братский государственный университет, ул. Макаренко 40, Братск, Россия

<sup>2</sup>Иркутский государственный университет путей сообщения, ул. Чернышевского 15, Иркутск, Россия

<sup>a</sup>rector@brstu.ru, <sup>b</sup>eliseev\_s@inbox.ru

Статья поступила 19.10.2016, принята 23.11.2016

*Рассматриваются возможные направления в построении структурных математических моделей механических колебательных систем. Развивается подход, объединяющий возможности использования принципов динамических аналогий механических цепей и систем автоматического управления, имеющих обратные связи. Предлагается методологическая основа для построения математических моделей динамических свойств виброзащитных систем, в структуру которых вводятся дополнительные связи различной физической природы. Основная идея подхода связана с детализацией представлений о возможности использовать в качестве математических моделей структурные схемы эквивалентных в динамическом отношении систем автоматического управления (САУ). Показано, что структурное математическое моделирование на основе теории цепей и механических цепей, в частности, имеет свои особенности по сравнению со структурными схемами эквивалентных САУ. Принципиальные отличия заключаются в том, что в прикладных задачах динамики машин, например вибрационной защиты, выделяется объект защиты — так же, как в теории автоматического управления выбирается объект управления. Другие части системы трансформируются в элементы и структурные образования прямых и обратных связей.*

**Ключевые слова:** структурные схемы механических колебательных систем; передаточные функции систем; комплексные сопротивления.

### Dynamical analogies in tasks of theory of chains and automatic control: structural interpretations

S.V. Belokobilsky<sup>1 a</sup>, S.V. Eliseev<sup>2 a</sup>

<sup>1</sup>Bratsk State University; 40 Makarenko St., Bratsk, Russia

<sup>2</sup>Irkutsk State Transport University; 15 Chernyshevsky St., Irkutsk, Russia

<sup>a</sup>rector@brstu.ru, <sup>b</sup>eliseev\_s@inbox.ru

Received 19.10.2016, accepted 23.11.2016

*Possible directions in the construction of the structural mathematical models of mechanical vibration systems have been considered. The approach has been developed, combining the possibility of using the principles of dynamic analogies for mechanical circuits and automatic control systems with feedback. Methodological basis has been proposed for creating mathematical models of the dynamic properties of vibration isolation systems with additional ties of different physical nature introduced in their structure. The main idea of the approach is associated with detalization of perception of the possibility to use block diagrams of dynamically-equivalent automatic control systems as mathematical models. Structural mathematical modeling, based on the theory of circuits and mechanical chains, has been demonstrated to have its own characteristics in comparison with the structural equivalent circuits of automatic control systems. Principal differences are that in the applied problems of machine dynamics, for example, over-vibration shields, protection of the object is allocated, as well as in the theory of automatic control, an object of control is selected. Other parts of the system are transformed into the elements and structural formations of feedback and direct ties.*

**Key words:** structures schemes of mechanical vibration systems; system transfer functions; complex impedances.

#### Введение

Современные технологические машины и транспортные средства работают в условиях интенсивного динамического нагружения, что требует обеспечения надежности и безопасности функционирования оборудования, аппаратуры, приборов и деятельности обслуживающего персонала [1–4]. Решению задач защиты

машин и оборудования от вибрационных возмущений уделяется значительное внимание на всех стадиях жизненного цикла создания, изготовления и эксплуатации машин, что нашло отражение в развитии методов математического моделирования, использования современных вычислительных систем и технологий экспериментальных исследований [5–8].

Современные машины представляют собой сложные технические объекты с автоматическими системами управления. В конструктивно-техническом плане современные машины отличаются разнообразием применяемых механизмов, сложными формами динамических взаимодействий элементов и узлов, использованием средств электро-, пневмо- и гидроавтоматики.

В качестве расчетных схем технических объектов широко используются механические колебательные системы с несколькими степенями свободы с возможностями учета взаимодействий между разнообразными элементами. В этом плане задачи разработки систем виброзащиты и виброизоляции технических объектов можно рассматривать как знаковые в силу того, что способы и средства контроля и управления динамическим состоянием являются достаточно общими в широком круге прикладных научно-технических проблем.

Структурные методы математического моделирования, основанные на использовании специфических математических моделей, отражающих возможности аналитического аппарата теории автоматического управления и теории цепей, обладают возможностями адаптации к особенностям вибрационных форм взаимодействия элементов технологических машин и транспортных средств [2; 9–11].

Вместе с тем, многие вопросы методологического плана еще не получили должного уровня детализации представлений в связи со спецификой математических моделей в системах с элементами различной физической природы.

В предлагаемой статье представлено развитие методологического базиса в задачах построения математи-

ческих моделей механических колебательных систем, которые отражали бы возможности оценки динамических свойств систем как с позиций оценки свойств объекта защиты (или управления), так и с позиций определения особенностей динамических свойств цепных структур (или механических цепей).

#### Некоторые общие положения. Постановка задачи исследования.

1. Хотя многие вопросы учета особенностей взаимодействия звеньев и устройств, в том числе электрической, пневматической и гидравлической природы, в достаточной степени изучены, представляет интерес развитие общих подходов, отражающих свойства машин и оборудования с позиций теории автоматического управления. Последнее связано с возможностями интеграции структурных подходов, используемых в различных приложениях, характерных для теории цепей и теории автоматического управления. В работах [10–13] показано, что базовая расчетная схема в виде системы с одной степенью свободы (рис. 1 *а, б*) может быть трансформирована в структурную схему эквивалентной в динамическом отношении системы автоматического управления (рис. 1 *в*), могут интерпретироваться как дополнительные (рис. 1 *а, б*) и рассматриваться в качестве некоторых механических цепей. При этом базовая модель может содержать в своей минимальной по сложности конфигурации лишь объект защиты и упругое звено с жесткостью  $k_1$  (рис. 1 *а*, при  $b_1 = 0, b_2 = 0, k_2 = 0$ ).

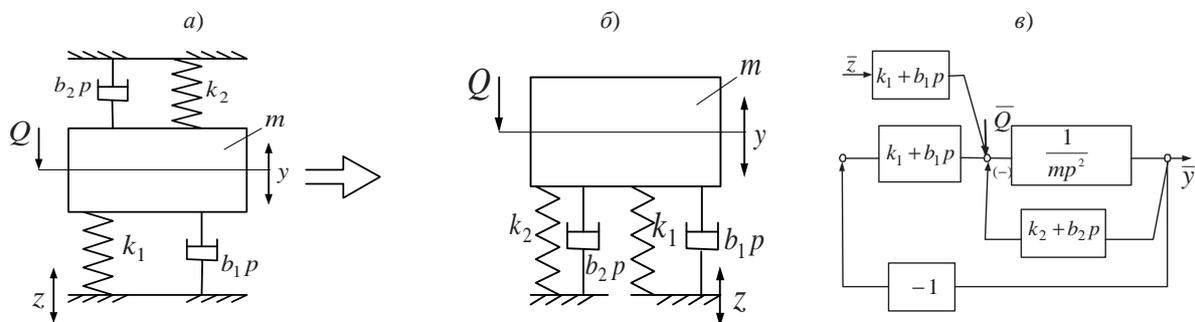


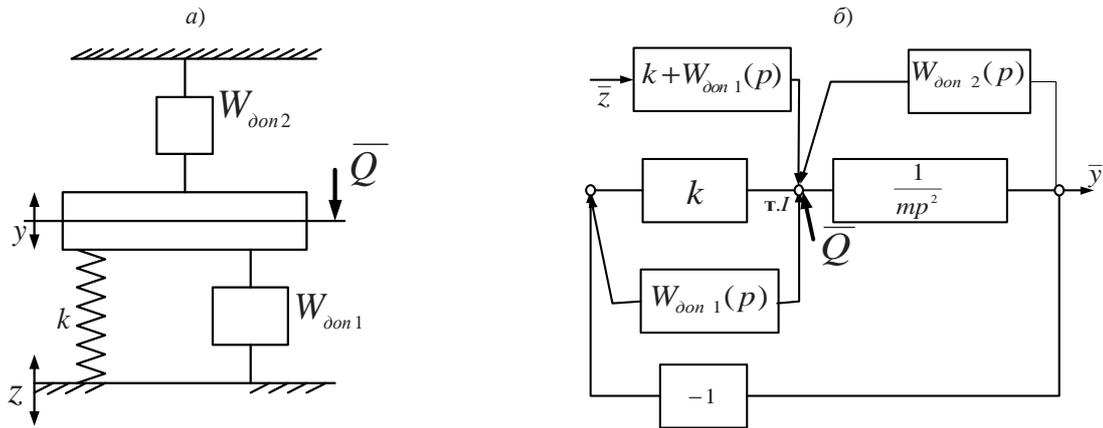
Рис. 1. Расчетная схема (базовая) в виде механической системы с одной степенью свободы: *а* — схема при полном наборе элементов; *б*) преобразованная схема; *в* — структурная схема системы.

Здесь  $p = j\omega$  — комплексная переменная ( $j = \sqrt{-1}$ ); значок « $\bar{\phantom{x}}$ » означает изображение переменной по Лапласу

2. В качестве типовых элементов структурной схемы (рис. 1 *в*) используются демпферы вязкого трения ( $b$  — коэффициент вязкого сопротивления), объект защиты представлен звеном с передаточной функцией интегрирующего элемента 2-го порядка  $\left(\frac{1}{mp^2}\right)$  [11; 12].

В расчетную схему (рис. 2 *а*) могут добавляться дополнительные связи, которые возможно физически реализовать с помощью механизмов или устройств для преобразования движения (УПД), обладающих переда-

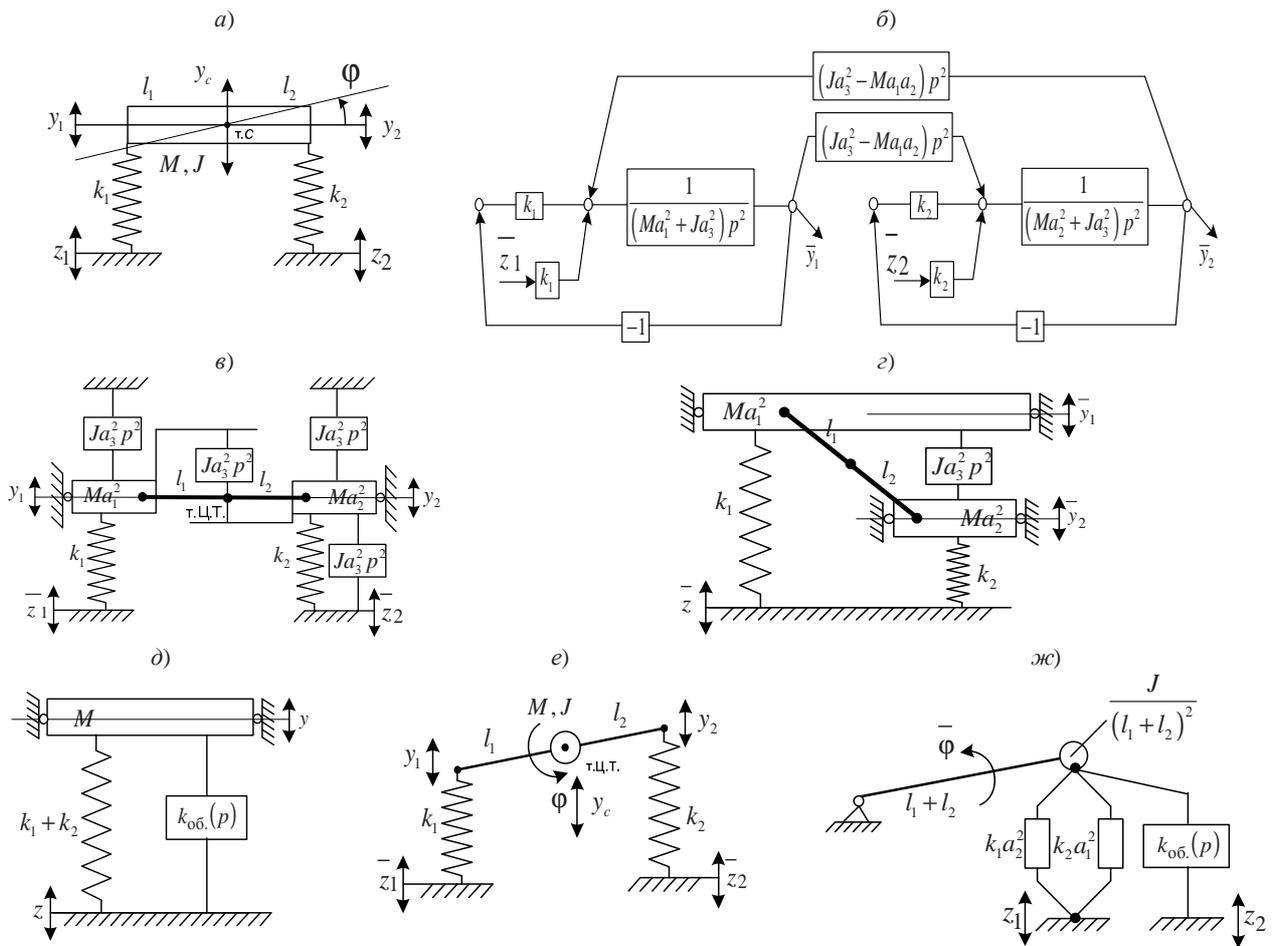
точной функцией дифференцирующего звена 2-го порядка ( $W_{\text{доп.}} = Lp^2$ ). Подробности использования подобного рода связей приводятся в работе [14]. В общем случае дополнительная связь может представлять собой достаточно сложное структурное образование из типовых элементов, имеющее передаточную функцию в виде дробно-рационального выражения [4; 12]. На рис. 2 *а* дополнительные связи представлены в операторной форме передаточными функциями  $W_{1\text{доп}}$  и  $W_{2\text{доп}}$ .



**Рис. 2.** Принципиальная схема расширения типового набора элементов механической системы: *a* — введение дополнительных связей между подвижным основанием  $W_{1доп}(p)$  и неподвижной основой  $W_{2доп}(p)$ ; *б* — дополнительные связи на структурной схеме базовой модели

3. Структурные отображения исходных расчетных схем для механических колебательных систем с несколькими степенями свободы усложняются тем, что в разных системах обобщенных координат математические модели и передаточные функции могут иметь различные формы. В частности, в качестве обобщенных

координат могут выступать суммы и разности других координат, что изменяет устоявшиеся представления о динамических свойствах систем в их реакциях на периодические внешние воздействия. Возможности таких представлений приведены на рис. 3 *a – ж*, что позволяет расширить некоторые понятия теории колебаний.



**Рис. 3.** Расчетные схемы виброзащитных систем с двумя степенями свободы: *a* — система балочного типа; *б* — структурная математическая модель (по рис. 3 *a*); *в* — расчетная схема с выделением типовых звеньев и рычажных связей в операторной форме; *г* — система (по рис. 3 *a*), приведенная к цепному типу; *д* — приведение к системе с одной степенью свободы с выделением квазипружины; *е* — система с выделением возможностей рассмотрения вращательных движений вокруг центра тяжести; *ж* — приведение системы (по рис. 3 *a*) к типу вращательной системы с одной степенью свободы с учетом введения квазипружины

Объекты динамики машин представляют собой достаточно сложные технические системы, особенно транспортные средства, расчетные схемы которых обычно рассматриваются в виде механических систем со многими степенями свободы и с включением устройств различной природы, в том числе механизмов с элементами электро-, гидро- и пневмоавтоматики. Это создает большое разнообразие форм математических моделей и инициирует развитие способов и средств упрощения их расчетных схем [15].

Задача исследования заключается в создании общего подхода, в рамках которого можно было бы оценить возможность корректного использования структурных схем и правил их преобразования в соотношении со структурными аналогами механических цепей, имеющих свои особенности и технологии определения обобщенных динамических характеристик.

**Сравнительный анализ и сопоставление возможностей структурного моделирования в теории цепей и теории автоматического управления.** Решение сложных задач динамики машин чаще всего опирается на приемы расчленения задач на достаточно простые фрагменты, что реализуется во многих случаях через рассмотрение особенностей цепных структур с элементами механической и иной природы. Теория цепей при этом позволяет решать проблемы сопряжения и адекватного представления процессов взаимодействия элементов систем на основе принципов динамических, в частности электромеханических, аналогий [16; 17].

1. Аппарат теории цепей достаточно развит для оценки возможностей взаимодействия элементов в рамках представлений о системах с объектами управ-

ления, что делает актуальным поиск и разработку общих подходов, создающих формализованную основу для технологий построения математических моделей, учитывающих особенности устройств.

В отличие от известных в теории электрических цепей аналогий типа «напряжение – сила, ток – скорость» и «ток – сила, напряжение – скорость» могут использоваться предложения по расширению системы электромеханических аналогий [15]. Уравнения движения динамической системы могут быть представлены в нескольких эквивалентных формах:

$$\frac{md^2y}{dt^2} + b \frac{dy}{dt} + ky = Q(t), \quad (1)$$

$$\frac{mdv}{dt} + bv + k \int v dt = Q(t), \quad (2)$$

$$ma + b \int a dt + k \iint a dt^2 = Q(t). \quad (3)$$

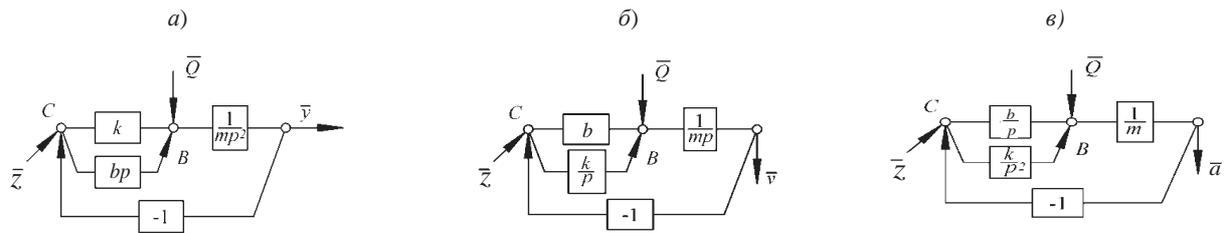
В изображениях Лапласа выражения (1) – (3) принимают вид:

$$mp^2 \bar{y} + bp \bar{y} + k \bar{y} = \bar{Q}(p), \quad (4)$$

$$mpv + bv + \frac{k}{p} v = \bar{Q}(p), \quad (5)$$

$$ma + \frac{b}{p} a + \frac{k}{p^2} a = \bar{Q}(p). \quad (6)$$

На рис. 4 а – в показаны структурные схемы, соответствующие уравнениям (4) – (6), что дает представление о возможных направлениях исследований и оценок динамических свойств по сравнению с известными подходами, определенными выражениями (1) – (3).

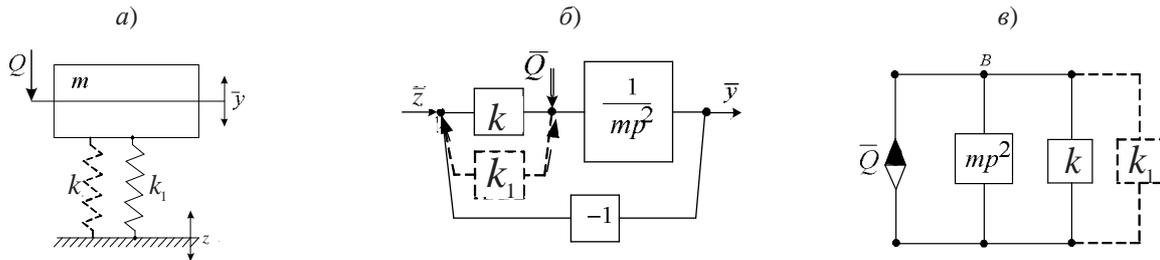


**Рис. 4.** Структурные схемы системы, соответствующие: а — уравнениям вида (1), (4); б — уравнениям вида (2), (5), где  $\bar{v} = \frac{dy}{dt} = p\bar{y}$ ; в — уравнениям вида (3), (6), где  $\bar{a} = \frac{dv}{dt} = p^2\bar{y}$

Для оценки видов взаимосвязи между параметрами преобразований элементов динамической системы разработана номограмма, которая устанавливает соотношения между параметрами возможных преобразований элементов динамической системы; рассмотрены связи между параметрами электрических цепей и определено соответствие понятий комплексного сопротивления цепи и передаточной функции системы. Последнее зависит от вида внешнего воздействия и находит отражение в

выборе системы электромеханических аналогий [18; 19].

2. В простейшем случае в задачах вибрационной защиты объект представляет элемент массой  $m$  в колебательной системе с одной степенью свободы и имеет два внешних возмущения (силовое и кинематическое) (рис. 5 а, в). Структурный аналог системы (рис. 5 б) и эквивалентная механическая цепь (рис. 5 в), рассматриваемые в сопоставлении, формируют основу для математического моделирования динамических процессов.

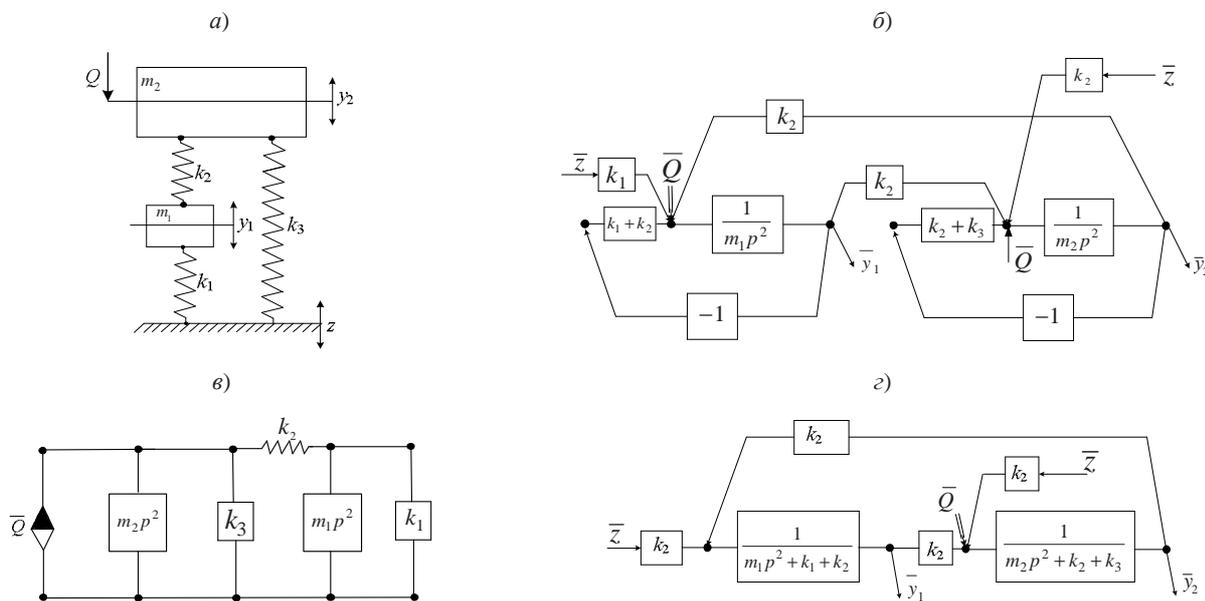


**Рис. 5.** Расчетная схема (а), структурный аналог (б) и дуальная механическая цепь (в) в обобщенной задаче виброзащиты и виброизоляции

Комплексное сопротивление на основе правил теории цепей определяется по схеме, представленной на рис. 5 в. Если сделать его инверсию, то можно найти передаточную функцию системы, связанную со схемой на рис. 5 б. В работах [4; 9; 13] рассмотрены вопросы эквивалентных преобразований силовых факторов в

механических системах; в частности, показано, что кинематическое воздействие может быть приведено к силовому и наоборот.

Особенности введения дополнительной колебательной цепи и связь соответствующих структурных отображений показаны на рис. 6 а – з.



**Рис. 6.** Расчетная схема в задаче виброзащиты (а) при дополнительной связи в виде колебательной структуры; б — структурная схема обычной системы с двумя степенями свободы; в — структурная схема при использовании блоков (парциальных подсистем); г — механическая цепь

Используя, например, структуры на рис. 6 б, в, можно соответственно определить передаточную функцию системы:

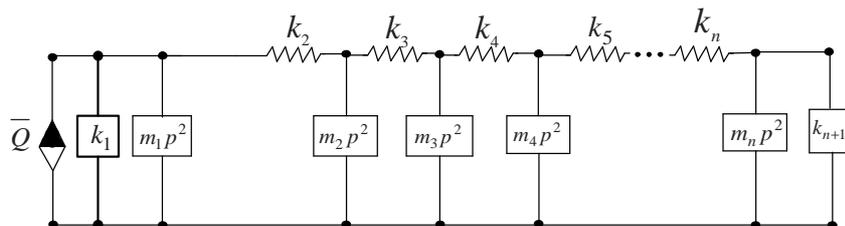
$$W(p) = \frac{\bar{y}_2}{\bar{Q}} = \frac{m_1 p^2 + k_1 + k_2}{(m_1 p^2 + k_1 + k_2) \cdot (m_2 p^2 + k_2 + k_3) - k_2^2} \quad (7)$$

и комплексное сопротивление (рис. 6 г):

$$S(p) = \frac{\bar{Q}}{y_2} = \frac{(m_1 p^2 + k_1 + k_2) \cdot (m_2 p^2 + k_2 + k_3) - k_2^2}{m_1 p^2 + k_1 + k_2}, \quad (8)$$

из которых следует, что (7) и (8) связаны соотношениями инверсии.

На рис. 7 приведена структурная интерпретация механической системы цепного вида с  $n$  степенями свободы.



**Рис. 7.** Структурное отображение механической цепи

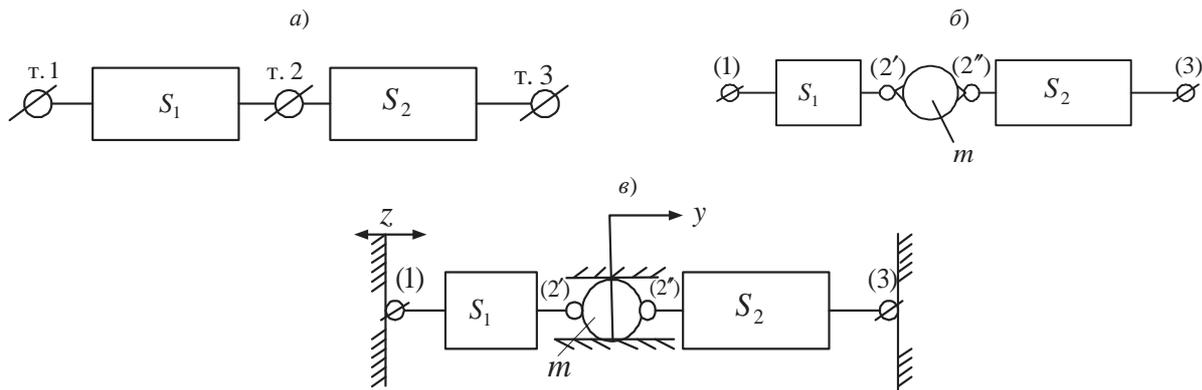
Если в такой цепи выделить объект защиты в виде некоторого элемента, например элемента массой  $m_3$ , то цепь может быть свернута относительно  $m_3$  слева и

справа, формируя соответствующие элементы большей сложности, представляющие собой квазипружины (или обобщенные пружины), что позволяет в конечном итоге

перейти к структурам эквивалентных в динамическом отношении систем автоматического управления [15].

**Возможные направления упрощения структурных представлений.** Особенности представлений структурных моделей механических колебательных систем при увеличении числа степеней свободы связаны с усложнением систем, увеличением числа дополнительных цепей, что делает перспективным направление поиска способов и методов упрощения структурных моделей на основе различных приемов преобразований. В этом плане могут быть рассмотрены вопросы построения математических моделей для механических

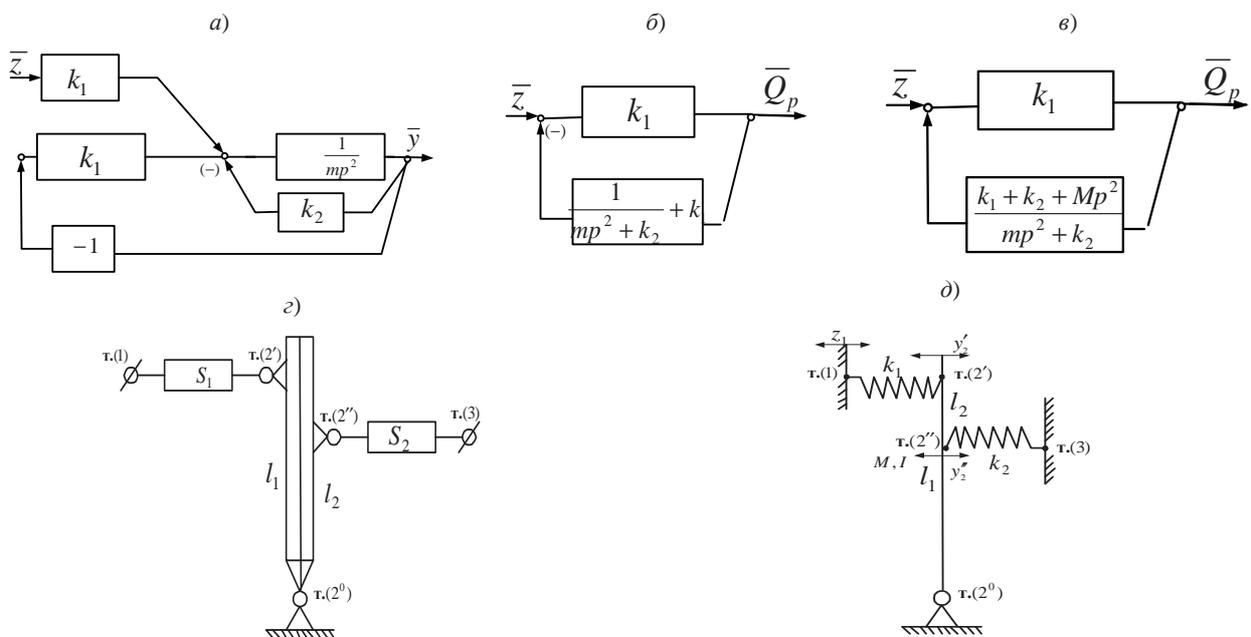
цепей, элементами которых являются рычажные механизмы. Такие механизмы появляются в механических цепях при введении твердых тел как новой разновидности элементарных звеньев. В электрических цепях такие ситуации возникают при введении в структуру цепей электромагнитных устройств, в частности трансформаторов. Предлагается метод построения механических цепей, основанный на детализации рассмотрения (расщеплении) точки соединения элементов и введении в схему соединения исходных звеньев промежуточного звена. Последовательность этапов усложнения рассмотрена на рис. 8 а – в.



**Рис. 8.** Последовательное соединение элементов цепи: а — принципиальная схема последовательного соединения; б — принципиальная схема соединения через материальную точку  $m$ ; в — расчетная схема соединения элементов через твердое тело

Такой подход предполагает построение и определение динамических реакций, что связано с использованием структурных моделей, приведенных на рис. 9, где рассмотрены случаи представления промежуточного устройства в виде материальной точки массой  $m \neq 0$  при наличии упругих связей  $k_1$  и  $k_2$  (рис. 9 а – в). Случаи введения твердого тела в виде стержня ( $m \rightarrow 0$ ) представлены на рис. 9 г, д. Исследования показывают, что форма рычажного взаимодействия элементов системы оказывает существенное влияние на динамические свойства; рычажные связи могут быть реализованы через рычажные механизмы 1-го и 2-го родов [4].

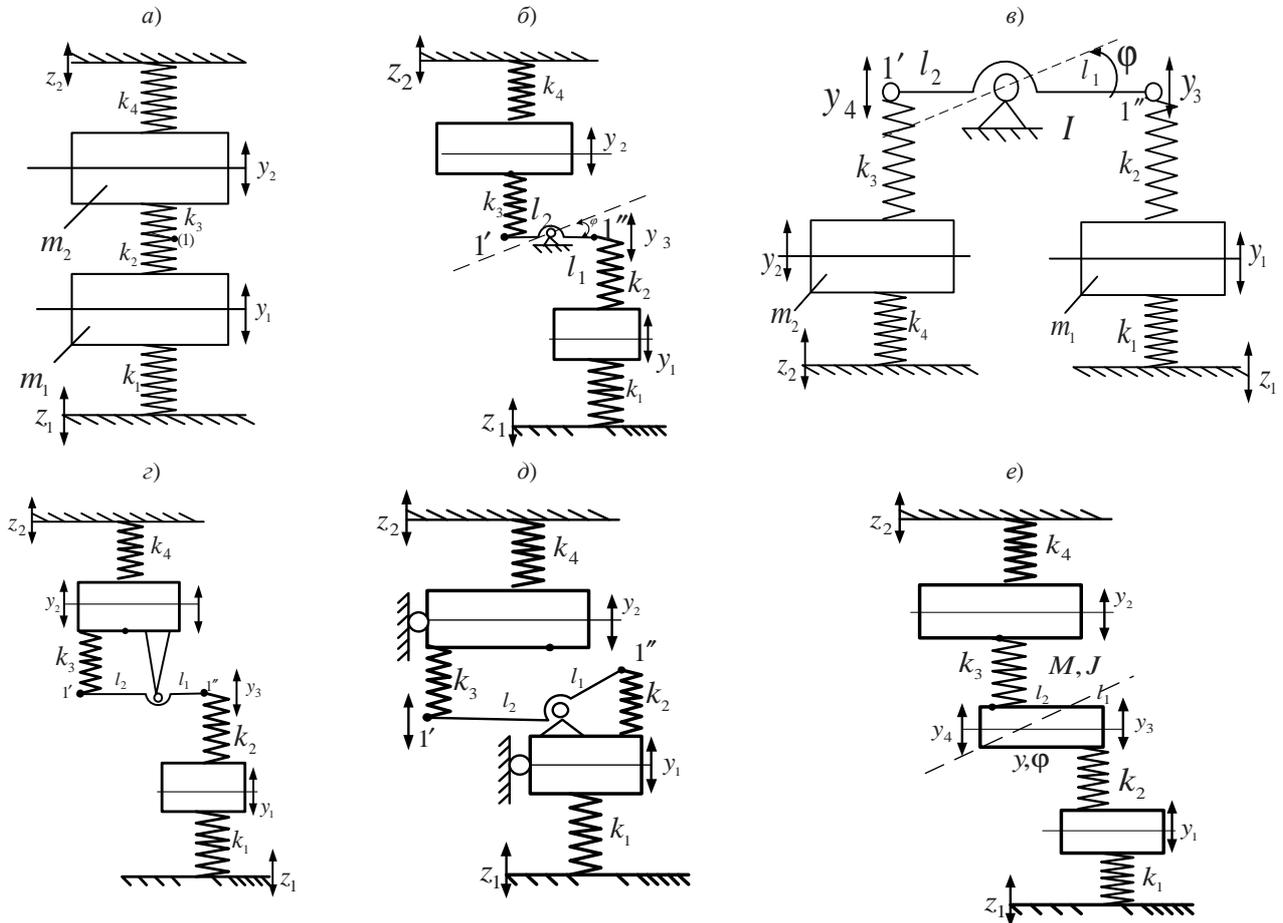
Такой подход предполагает построение и определение динамических реакций, что связано с использованием структурных моделей, приведенных на рис. 9, где рассмотрены случаи представления промежуточного устройства в виде материальной точки массой  $m \neq 0$  при наличии упругих связей  $k_1$  и  $k_2$  (рис. 9 а – в). Случаи введения твердого тела в виде стержня ( $m \rightarrow 0$ ) представлены на рис. 9 г, д. Исследования показывают, что форма рычажного взаимодействия элементов системы оказывает существенное влияние на динамические свойства; рычажные связи могут быть реализованы через рычажные механизмы 1-го и 2-го родов [4].



**Рис. 9.** Структурные схемы механических колебательных систем при различных видах вводимых дополнительных связей, реализуемых элементарными звеньями и рычажными механизмами: а — система с одной степенью свободы при кинематическом возмущении с дополнительной связью в виде упругого звена  $k_2$ ; б — структурная интерпретация системы (а) как соединения упругих элементов с приведенными жесткостями; в — структурная схема системы с двумя степенями свободы при исключении координаты  $y_2$  ( $Q_p$  — реакция динамической связи); г — принципиальная схема системы с промежуточными рычажными механизмами 1-го рода; д — принципиальная схема системы с невесомым рычагом

Для проведения промежуточных расчетов используются дифференциальные уравнения взаимодействия элементов, построенные на основе формализма Лагранжа, и соответствующие структурные схемы эквивалентных в динамическом отношении систем автоматического управления (САУ). Исследована система частных случаев расположения точек опоры рычагов и влияние величины передаточного отношения рычажно-

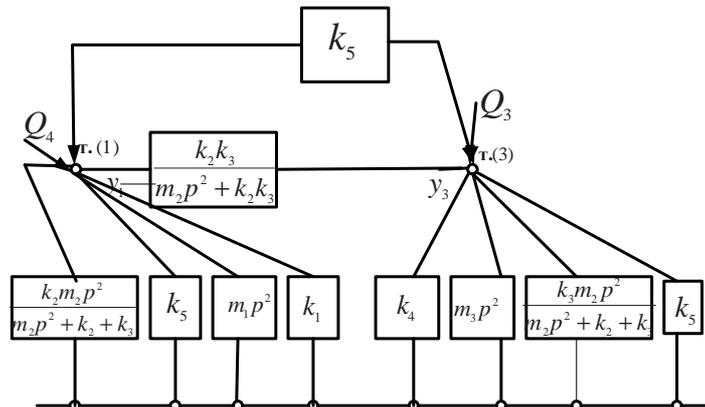
го механизма —  $i$ . Учет массоинерционных свойств промежуточного устройства зависит от места расположения опоры, что проявляется через форму передаточной функции системы приведения. На рис. 10 представлены различные варианты расчетных схем, через которые реализуется последовательное соединение в механической цепи, при наличии в соединении таких элементов, как твердое тело [18; 19].



**Рис. 10.** Варианты расположения точки контактов двух типовых элементов  $k_2$  и  $k_3$  при использовании рычажных связей: *a* — принципиальная схема в общем виде; *б* — рычажное устройство имеет неподвижную точку опоры; *в* — симметричная схема расположения упругих связей при неподвижной точке опоры; *г* — точка опоры расположена на массоинерционном элементе  $m_2$ ; *д* — точка опоры рычажного устройства находится на массоинерционном элементе  $m_1$ ; *е* — рычажное устройство как твердое тело с массоинерционными параметрами

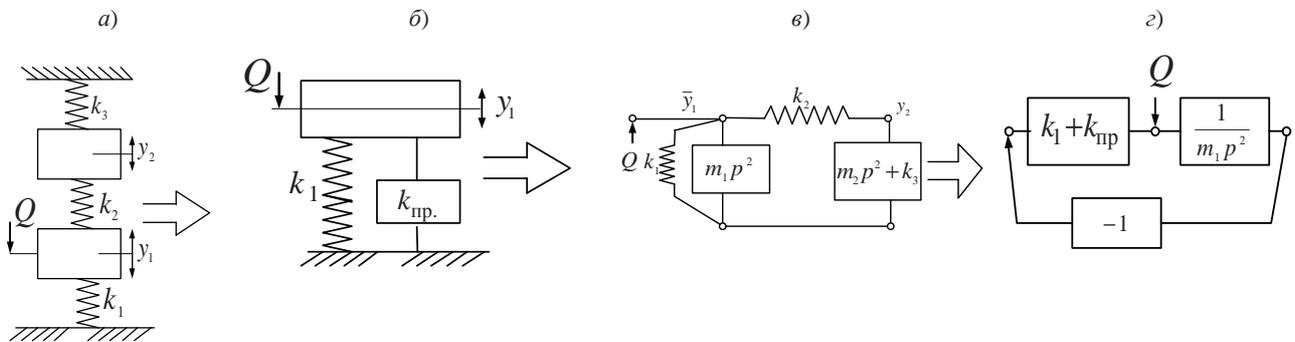
В частных случаях представлений особенностей промежуточных устройств используются структурные схемы, как показано на рис. 11 *a, б*, на которых нашли отра-

жение зависимости свойств системы от частоты внешнего воздействия и передаточного отношения рычага.



**Рис. 11.** Структурная схема исходной системы с дополнительной связью  $k_5$  с развязкой непланарности

Отметим, что передаточные отношения могут принимать экстремальные значения. Введение твердого тела в структуру механической цепи приводит к существенному изменению свойств системы в целом, что проявляется в первую очередь через метрику системы, поскольку в механической цепи появляются параллельные дополнительные ветви, и система перестает быть однородной. Аналогичная ситуация наблюдается в электрических цепях при введении трансформаторов, что приводит к нарушению гальванической цельности цепи, а ее элементы соединяются через электромагнитное поле. Рычажные механизмы играют такую же роль в механических цепях, при этом динамические свойства в цепи зависят от массоинерционных свойств рычага, его типа и условий закрепления точек опоры. Предлагается методика оценки динамических взаимодействий между парциальными системами в механических системах цепного типа с несколькими степенями свободы на основе исключения промежуточных координат [4].



**Рис. 12.** Последовательная схема преобразований цепной механической системы с двумя степенями свободы в виброзащитную систему объекта массой  $m_1$

Механическая система (рис. 12 а) имеет силовое возмущение  $Q$ , которое приложено к объекту защиты массой  $m_1$ . Расчетная схема (рис. 12 а) может быть упрощена до расчетной схемы (рис. 12 б). При введении квазипружины ее жесткость  $k_{\text{пр}}$  определяется выражением:

$$k_{\text{пр}} = \frac{k_2 \cdot (m_2 p^2 + k_3)}{m_2 p^2 + k_2 + k_3}. \quad (9)$$

В этом случае часть цепи сворачивается до некоторой структуры, передаточная функция которой может быть определена по правилам преобразования механических цепей (рис. 12 а). Полагая, что массоинерционный элемент  $m_1$  является объектом, можно перейти к структурной схеме, эквивалентной САУ (рис. 12 г).

Таким образом, при выборе расчетной схемы технического устройства в виде механической колебательной системы цепного типа, состоящей из объекта защиты ( $m_n$ ), который может быть выделен, примы-

кающие к нему механические цепи могут быть упрощены до квазипружин, на которые этот объект опирается, а сама модель упрощается путем исключения промежуточных координат.

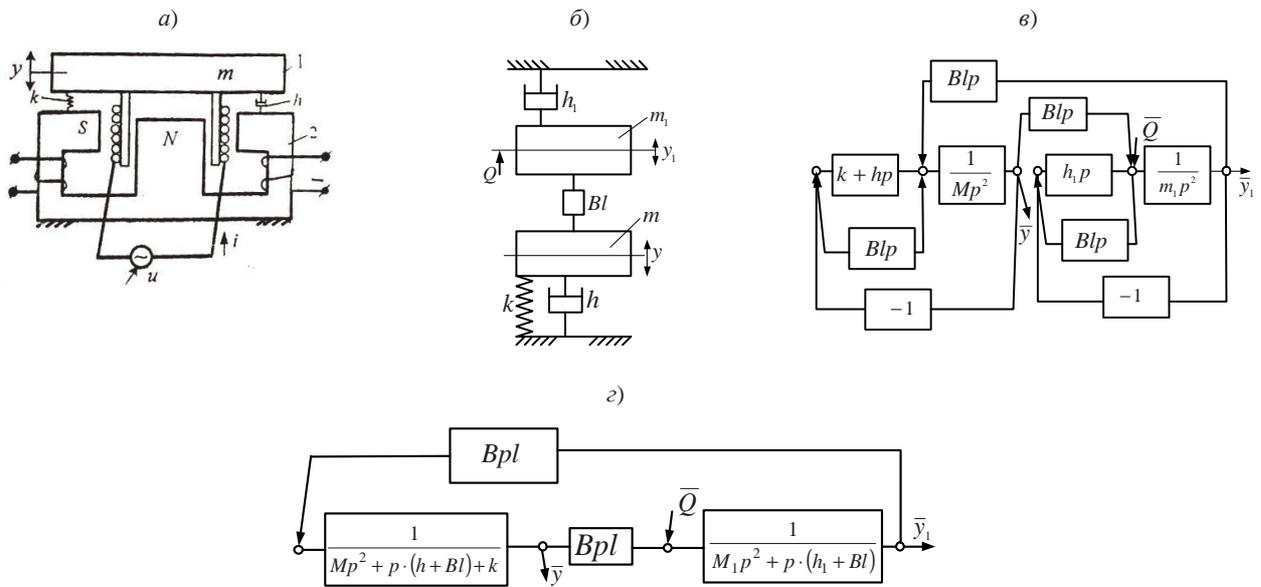
### Варианты структурных преобразований

1. Один из подходов может быть реализован через свертывание механической цепи до эквивалентного элемента в виде квазипружины для каждой ветви (или механической цепи), замыкающейся на объект защиты. Вместе с тем, формирование упрощенной структурной модели возможно и на основе принципов обратной связи. Последовательность этапов таких преобразований приведена на рис. 12.

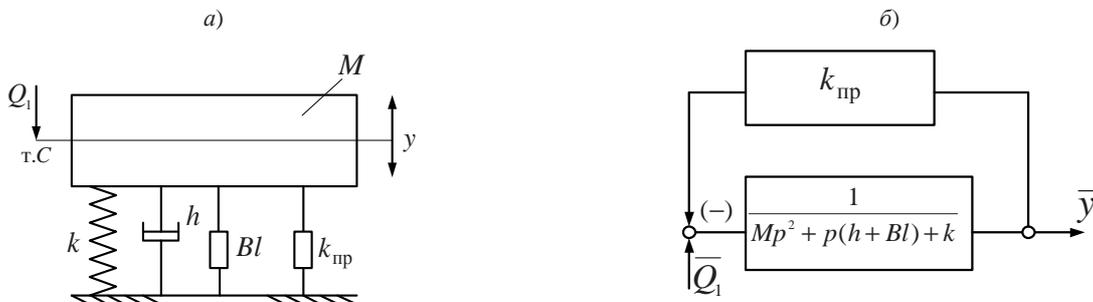
2. При рассмотрении электромеханических систем используется ряд приемов, которые позволяют строить цепи единой структуры, электрической или механической природы. Последовательные формы преобразования систем приведены на рис. 13 а – г.

При построении механического аналога электромеханической цепи, в конечном итоге, электромеханическая система может быть сведена к расчетной схеме, как показано на рис. 14. В этом случае приведенная жесткость квазипружины принимает вид:

$$k_{\text{пр}} = \frac{(m_1 p^2 + h_1 p) \cdot B l p}{m_1 p^2 + p \cdot (h_1 + B l)}. \quad (10)$$



**Рис. 13.** Схемы единого механического аналога электромеханического устройства: *a* — принципиальная схема; *б* — детализированная расчетная схема; *в* — детализированная структурная схема эквивалентной САУ; *г* — приведенная структурная схема



**Рис. 14.** Приведенная расчетная схема (*a*) электромеханической системы на основе механических аналогов элементов; структурная схема системы (*б*)

Передаточная функция системы с учетом переноса внешней силы имеет вид:

$$W_2'(p) = \frac{\bar{y}}{\bar{Q}_1} = \frac{1}{Mp^2 + p \cdot (h + Bl) + k + k_{\text{пр}}} \quad (11)$$

Отметим, что контур с элементом  $m_1$ , отражающий свойства индуктивности  $L$ , становится дополнительной обратной связью в контуре с элементом  $M$ , который выделен в качестве объекта виброзащиты, для эквивалентного переноса сил, что связано с необходимостью структурных преобразований [15; 17].

Отметим, что электрическая природа цепи в электромеханической системе может давать ряд дополнительных динамических режимов. Если обеспечить связь механической и электрической систем через устройство, которое определяет зависимость напряжения от параметров динамического состояния объекта, то можно получить активную виброзащитную систему [2; 11; 17].

### Заключение

1. Разработан метод построения математических моделей механических систем, содержащих в своей структуре звенья и элементы различной физической природы, позволяющий упростить построение моделей и создать основу предварительной оценки динамиче-

ских свойств систем при действии вибрационных факторов.

2. Предложена методологическая основа и разработаны частные методики использования при построении математических моделей приемов и подходов теории цепей и теории автоматического управления, что позволило создавать единые в своей основе структуры, для изучения которых эффективны частотные методы анализа и динамического синтеза.

3. Изучены особенности формирования структуры математических моделей механических систем, в которых помимо обычных элементов используются звенья в виде твердых тел, совершающих плоское движение.

4. Разработан метод формирования цепных механических структур, содержащих звенья, формирующие рычажные связи. Предложена методика решения задач упрощения исходных механических систем, содержащих непланарные связи.

5. Разработана методика преобразования электромеханических систем с возможностями формирования единого метрического пространства, что достигается переходом от обычных схем аналогий к другим схемам, использующим в качестве переменных электромеханических систем не только скорости, но также смещение, ускорение и др. Последнее расширяет возможности построения математических моделей совмещенной природы.

## Литература

1. Harris C.M., Piersol A.G. Shock and Vibration Handbook. New York: McGraw – Hill Book Co, 2002. 1457 p.
2. Karnovsky I.A., Lebed E. Theory of vibration protection. Switzerland: Springer, 2016. 708 p.
3. Clarence W. de Silva. Vibration: fundamentals and practice. Boca Raton, London, New York, Washington D.C. CRC Press. 2000. 938 p.
4. Елисеев С.В., Артюнин А.И. Прикладная теория колебаний в задачах динамики линейных механических систем. Новосибирск: Наука, 2016. 459 с.
5. Махутов Н.А., Петров В.П., Кукова В.И., Москвитин Г.В. Современные тенденции развития научных исследований по проблемам машиноведения и машиностроения // Проблемы машиностроения и автоматизации. 2008. № 3. С. 16-37.
6. Лонцих П.А., Елисеев С.В. Динамическое качество машин и оборудования как инструмент обеспечения надежности производства и конкурентоспособности процессов. Иркутск: НИ ИрГТУ, 2014. 322 с.
7. Пановко Г.Я. Динамика вибрационных технологических процессов. М.; Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика»: Ин-т компьютерных исслед., 2006. 176 с.
8. Тарасик В.П. Математическое моделирование технических систем. Минск: Дизайн ПРО, 2004. 640 с.
9. Елисеев С.В., Резник Ю.Н., Хоменко А.П. Динамический синтез в обобщенных задачах виброзащиты и виброизоляции технических объектов. Иркутск: Изд-во ИГУ, 2008. 523 с.
10. Елисеев С.В., Резник Ю.Н., Хоменко А.П. Мехатронные подходы в динамике механических колебательных систем. Новосибирск: Наука, 2011. 384 с.
11. Белокобыльский С.В. Елисеев С.В., Кашуба В.Б. Прикладные задачи структурной теории виброзащитных систем. СПб.: Политехника, 2013. 363 с.
12. Елисеев С.В., Хоменко А.П. Динамическое гашение колебаний: концепция обратной связи и структурные методы математического моделирования. Новосибирск: Наука, 2014. 357 с.
13. Белокобыльский С.В., Елисеев С.В., Кашуба В.Б. Импедансные подходы как одна из форм оценки динамических свойств механических колебательных систем в структурном математическом моделировании // Системы. Методы. Технологии. 2015. № 4 (28). С. 7-15.
14. Eliseev S.V., Lukyanov A.V., Reznik Yu. N., Khomenko A.P. Dynamics of mechanical systems with additional ties. Irkutsk: Irkutsk State University. 2006. 315 p.
15. Елисеев С.В., Московских А.О., Каимов Е.В. Динамика механических колебательных систем: структурные аналогии, механические цепи. Иркутск, 2013. 117 с. Деп. в ВИНТИ РАН 23.12.2013, № 378.
16. Ленк А. Электромеханические системы: системы с сосредоточенными параметрами. М.: Мир, 1978. 283 с.
17. Гарднер М.Ф., Бернс Дж.Л. Переходные процессы в линейных системах с сосредоточенными постоянными. М.: Физматгиз, 1961. 551 с.
18. Московских А.О. Возможности интеграции аппарата теории цепей и теории автоматического управления в задачах динамики машин: автореф. дис. ... канд. техн. наук. Иркутск, 2011. 20 с.
19. Елисеев С.В., Московских А.О., Большаков Р.С., Савченко А.А. Возможности интеграции методов теории цепей и

теории автоматического управления в задачах динамики машин // Наука и образование. 2012. № 6. С. 277-296.

## References

1. Harris S.M., Piersol A.G. Shock and Vibration Handbook. New York: McGraw - Hill Book So, 2002. 1457 p.
2. Karnovsky I.A., Lebed E. Theory of vibration protection. Switzerland: Springer, 2016. 708 p.
3. Clarence W. de Silva. Vibration: fundamentals and practice. Boca Raton, London, New York, Washington D.C. CRC Press. 2000. 938 p.
4. Eliseev S.V., Artyunin A.I. Applied theory of oscillations in problems of linear dynamics of mechanical systems. Novosibirsk: Nauka, 2016. 459 p.
5. Makhutov N.A., Petrov V.P., Kuksova V.I., Moskvitin G.V. Actual trends in scientific research on the problems of machines science and mechanical engineering // Engineering and Automation Problems. 2008. № 3. P. 16-37.
6. Lontsikh P.A., Eliseev S.V. The dynamic quality of the machinery and equipment as a tool to ensure the reliability of production and competitiveness of processes. Irkutsk: NI IrGTU, 2014. 322 p.
7. Panovko G.Ya. Dynamics of vibrating technological processes. M.; Izhevsk: NITs «Regulyarnaya i khaoticheskaya dinamika»: In-t komp'yuternykh issled., 2006. 176 p.
8. Tarasik V.P. Mathematical modeling of technical systems. Minsk: Dizain PRO, 2004. 640 p.
9. Eliseev S.V., Reznik Yu.N., Khomenko A.P. Dynamic synthesis in generalized problems of vibroprotection and vibroisolation of technical objects. Irkutsk: Izd-vo IGU, 2008. 523 p.
10. Eliseev S.V., Reznik Yu.N., Khomenko A.P. Mechatronic approaches in the dynamic of mechanical oscillatory systems. Novosibirsk: Nauka, 2011. 384 p.
11. Belokobyl'skii S.V. Eliseev S.V., Kashuba V.B. Applied tasks of the structural theory of vibroprotection systems. SPb.: Politekhnik, 2013. 363 p.
12. Eliseev S.V., Khomenko A.P. Dynamic vibration damping: the concept of feedback and structural methods of mathematical modeling. Novosibirsk: Nauka, 2014. 357 p.
13. Belokobyl'skii S.V., Eliseev S.V., Kashuba V.B. Impedance approaches as a form of evaluation of the dynamic properties of mechanical oscillatory systems in the structural mathematical modeling // Systems. Methods. Technologies. 2015. № 4 (28). P. 7-15.
14. Eliseev S.V., Lukyanov A.V., Reznik Yu. N., Khomenko A.P. Dynamics of mechanical systems with additional ties. Irkutsk: Irkutsk State University. 2006. 315 p.
15. Eliseev S.V., Moskovskikh A.O., Kaimov E.V. Dynamics of mechanical oscillatory systems: structural analogies, mechanical chains. Irkutsk, 2013. 117 p. Dep. v VINITI RAN 23.12.2013, № 378.
16. Lenk A. Electromechanical systems: systems with lumped - constant parameters. M.: Mir, 1978. 283 p.
17. Gardner M.F., Berns Dzh.L. Transients in linear systems. Lumped - constant systems. M.: Fizmatgiz, 1961. 551 p.
18. Moskovskikh A.O. Integration possibilities of the chain theory apparatus and the automatic control theory in the tasks of machines dynamics: avtoref. dis. ... kand. tekhn. nauk. Irkutsk, 2011. 20 p.
19. Eliseev S.V., Moskovskikh A.O., Bol'shakov R.S., Savchenko A.A. Integration possibilities of the chain theory methods and the automatic control theory in the tasks of machines dynamics // Science and Education. 2012. № 6. P. 277-296.