

Метод расчета силы резания при цилиндрическом фрезеровании древесины

Э.О. Булатасов^a, В.П. Попов^b, В.П. Ханин^c

Оренбургский государственный университет, пр. Победы 13, Оренбург, Россия

^aEduard190319@mail.ru, ^bppbt@mail.osu.ru, ^cf1218@yandex.ru

Статья поступила 10.10.2016, принята 14.11.2016

До настоящего времени в практике инженерных расчетов сил и мощности резания древесины метод расчета по аналитическим формулам не имел широкого применения из-за отсутствия надежных и полных данных о характеристиках обрабатываемых материалов и об условиях их взаимодействия с режущим инструментом в процессе резания. В статье изложен метод расчета силы резания при цилиндрическом фрезеровании древесины для трех главных направлений резания, основанный на применении аналитических формул, а также учитывающий сложное напряженно-деформированное состояние обрабатываемого материала в зоне контакта с режущей кромкой резца и физико-механические свойства древесины. В расчетном методе использованы формулы теории Герца — контакта упругих тел для точечного контакта по круговой области, теория статической и динамической твердости Тейбора, формула вязкости Поклингтона, а также данные по вдавлению микросферы в различные породы древесины, полученные Санаевым. Расчет производится по оригинальной формуле, разработанной авторами с использованием механико-математической теории резания древесины и математического аппарата реологии. Предлагается рассмотреть процессы резания древесины с позиции, в которой приоритет отдается особенностям контактного взаимодействия режущей кромки резца и обрабатываемого материала и основное внимание уделяется напряжениям и деформациям, действующим непосредственно вблизи режущей кромки. Полученные результаты имеют существенное значение как для теории резания древесины, так и для практики инженерных расчетов сил и мощности резания древесины, уточняют аналитическое описание силового взаимодействия резца с обрабатываемым материалом — древесиной, а также позволяют приблизиться к пониманию самого механизма разрушения древесины, одного из наиболее сложных вопросов физики этого ценного природного материала.

Ключевые слова: метод; расчет силы резания; фрезерование древесины; вдавление сферы; напряженно-деформированное состояние древесины.

Calculating method for cutting forces under cylindrical wood molding

E.O. Bulatasov^a, V.P. Popov^b, V.P. Hanin^c

Orenburg State University; 13 Prospect Pobedy, Orenburg, Russia

^aEduard190319@mail.ru, ^bppbt@mail.osu.ru, ^cf1218@yandex.ru

Received 10.10.2016, accepted 14.11.2016

When doing engineering calculations of wood cutting forces and wood cutting power, method for calculating with analytical formulas has not been widely used so far because of lack of reliable and comprehensive data on the characteristics of the processed materials and the conditions of their interaction with the cutter during the cutting process. The article deals with a method for calculating cutting forces during cylindrical wood molding for three main cutting directions, based on the use of analytical formulas, as well as taking into account the complex stress-strain state of the processed material in the contact area with the cutting edge of the blade, and physical and mechanical properties of wood. The calculation method has used the formula of Hertz's theory – contact of elastic bodies for point contact on a circular field; Tabor's theory of static and dynamic hardness; Pocklington's viscosity formula and Sanaev's data on microsphere indentation in different species of wood. The calculation has been made according to the original formula developed by the authors, using the mechanical-mathematical theory of cutting wood and mathematical apparatus of rheology. It has been proposed to study wood cutting processes from a position in which priority has been given to features of contact interaction of the cutting edge of the tool and the material being processed, and focuses on the stresses and strains acting in the vicinity of the cutting edge. The results are of considerable importance both for the wood cutting theory and for the practice of engineering calculations of forces and cutting power of wood. They specify an analytic description of the force interaction tool with the material being processed and allow reaching understanding of the mechanism of wood destruction - one of the most difficult questions of physics of this valuable natural material.

Key words: method; calculation of cutting forces; wood molding; sphere indentation; stress-strain wood state.

Введение

Точное аналитическое описание контактных нагрузок на поверхностях резца является сложной задачей теории резания древесины. Для решения этой задачи

необходимо иметь достоверные сведения о величине и закономерности распределения нормальных напряжений, коэффициента и сил трения [1].

В настоящее время еще не разработан экспериментальный способ непосредственного замера контактных напряжений при резании древесины [1; 2]. Все известные экспериментальные исследования указанных величин построены на применении косвенных методов [2].

Учитывая сложность экспериментального определения контактных нагрузок на поверхностях реза в процессе резания древесины, возрастает значение теоретического анализа.

В теории резания металлов обычно ограничиваются рассмотрением силового взаимодействия реза со стружкой, т. е. рассмотрением контактных явлений только по передней поверхности. При этом задача о контакте реза со стружкой обычно решается применением к анализу модели методов теории упругости (в первом приближении как плоская задача о воздействии жесткого штампа на упругое тело). Контактные напряжения в непосредственной близости к лезвию методами теории упругости не удается определить даже приближенно. Для этого анализируют напряженное состояние внутри зоны резания (в обрабатываемом материале), в той ее части, которая непосредственно прижимается к лезвию [1].

В ранних трудах по теории резания древесины задача о силовом взаимодействии реза с обрабатываемым материалом рассматривалась применительно к идеальному, абсолютно острому резу, т. е. ограничивалась контактными явлениями на передней поверхности и сводилась к обоснованию гипотез о характере распределения и величине контактных сил и составлению аналитических выражений для расчета суммарных сил резания [1].

В современных теоретических построениях исходят из необходимости учета сил, действующих по всей контактной поверхности реза. При этом контактную поверхность разделяют на отдельные зоны и рассматривают контактные процессы отдельно для каждой из зон, объясняя это различием функций, выполняемых в процессе резания различными участками контактной поверхности реза (при таком подходе вводится допущение о независимости контактных явлений в различных зонах реза) [1].

Как предполагают И.А. Тиме и последователи его научных взглядов, при резании древесины абсолютно острым резом режущая кромка представляет часть передней грани реза. Действие реза на древесину сводится к действию только передней грани (действие задней грани исключается), и все изменения силы резания будут зависеть только от параметров передней грани реза [1]. Однако исследования В.Г. Санаева [3] по определению микротвердости древесины и С.Б. Айнбиндера [4] по трению полимеров, М.М. Фрохта [5] по контактированию сферы с полимерными материалами в поляризованном свете, а также исследования Ю.С. Зуева [6] по резанию резин и З. Вернера [7] по резанию мягких материалов выявили явления уплотнения (упрочнения) материала под режущей кромкой (микрорезатором) и возникновение гидростатического давле-

ния (зон всестороннего неравномерного сжатия) в материале, т. е. в зоне контакта образуется шаровой тензор напряжений, уменьшающий скорость развития деформаций и скорость ползучести [8]. Следовательно, на основании данных, полученных этими учеными, представляет интерес такое научное рассмотрение процессов резания древесины, основой которого является предположение, что существенное влияние на процессы деформирования и разрушения древесины при резании оказывает именно контактное взаимодействие режущей кромки реза и обрабатываемого материала, и основное внимание уделяется напряжениям и деформациям, действующим непосредственно вблизи режущей кромки.

Сложность полей деформаций, вызываемых в древесине резом, является одной из главных причин неполного теоретического и экспериментального их изучения. Научные знания, полученные в этой области, изначально составляют основу для ограничения остаточных деформаций пределами стружки и делают возможным управление формой профиля реза при износе его поверхностей [9].

Установленные теорией резания древесины аналитические зависимости для расчета параметров процесса стружкообразования не учитывают наличия сложного напряженного состояния в плоскости стружкообразования [1].

В связи с изложенным разработка метода расчета силы резания при цилиндрическом фрезеровании древесины, учитывающего сложное напряженно-деформированное состояние обрабатываемого материала в зоне контакта с режущей кромкой реза, а также физико-механические свойства древесины является актуальной задачей.

Задача исследования — изложить метод расчета силы резания при цилиндрическом фрезеровании древесины для трех главных направлений резания, учитывающий сложное напряженно-деформированное состояние обрабатываемого материала в зоне контакта с режущей кромкой реза (лезвием), а также физико-механические свойства древесины.

Решение задачи исследования. Для описания процессов резания древесины и изнашивания режущего инструмента необходимо иметь систематизированные показатели свойств древесины, характеризующие ее обрабатываемость. Они должны быть получены по специальным методикам испытаний, учитывающим специфику деформирования и разрушения древесины лезвием [2].

Взаимодействие режущей кромки с обрабатываемым материалом можно представить как внедрение абсолютно жесткого сферического индентора в упругопластическое полупространство [2].

Д. Тейбор описывает процесс вдавливания сферического индентора в поверхность твердого материала следующим образом [10]. В процессе вдавливания в контактируемой поверхности исследуемого материала возникают упругие деформации. При повышении на-

грузки напряжения довольно скоро начинают превышать предел упругости, и возникает пластическое течение материала. При дальнейшем повышении нагрузки материал, находящийся непосредственно у сдавливаемого наконечника, становится полностью пластичным. После снятия нагрузки деформации в определенной степени восстанавливаются. Д. Тейбор показал, что предел текучести материала пропорционален твердости, определенной по вдавливанию [11].

Значительный интерес для определения деформационных характеристик древесины при резании представляют данные по внедрению сферического индентора диаметром 60 мкм под усилием 0,3 Н, полученные В.Г. Санаевым [3]. Радиус индентора вполне соизмерим с радиусом округления режущей кромки, как и величина зоны существенного деформирования ($5 \cdot 10^{-5} \div 1 \cdot 10^{-4} \text{ мм}^3$), близкая к значениям объема деформируемого при резании материала [2]. Однако, используя эти данные для расчета силы резания, необходимо учитывать работу резания, совершаемую непосредственно при срезании стружки, а не только в момент начального углубления реза в древесину.

При срезании стружек последовательно увеличивающейся толщины (от 2 до 50 мкм) А.В. Моисеев выделил три характерные стадии врезания лезвия в древесину [12]. На первой стадии (до точки *a*) (рис. 1) происходят деформирование обрабатываемой поверхности режущей кромкой и трение задней поверхности по упруго редуформированной обрабатываемой поверхности. При достижении некоторого критического значения номинальной толщины срезаемого слоя, зависящего от радиуса затупления и свойств обрабатываемого материала, наступает вторая стадия (отрезок кривой *a – б*). Она характеризуется образованием пучков волокон, которые сдвигают лезвие. По мере накопления эти волокна действуют на часть режущей кромки, расположенную выше ее вершины. При этом нормальная сила постепенно уменьшается, а касательная более интенсивно возрастает. Характер взаимодействия задней поверхности с обрабатываемым материалом на первой и второй стадиях, очевидно, одинаков. Поэтому резкое возрастание касательной силы на второй стадии связано с большой работой деформирования и отделением тончайших стружек. На третьей стадии наступает устойчивое срезание стружки, сходящей по передней поверхности лезвия. Величина касательной силы возрастает по мере увеличения номинальной толщины срезаемого слоя [2; 12].

Учитывая глубину внедрения микросферы в древесину, а также условия проведения опытов в исследовании В.Г. Санаева [3], можно допустить, что внедрение микросферы в древесину соответствует 1-й и 2-й стадиям врезания лезвия в древесину.

Работу резания, совершаемую на 3-й стадии врезания лезвия в древесину, можно вычислить из графика (рис. 1). Пример расчета приведен в конце статьи.

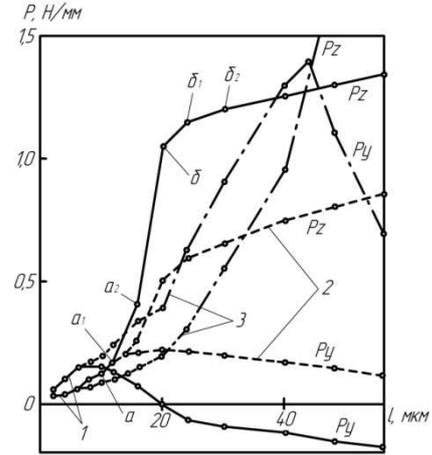


Рис. 1. Зависимость составляющих силы резания от толщины номинальной стружки при резании сосны при $\alpha = 15^\circ$, $\delta = 60^\circ$, $v = 0,1 \text{ м/с}$ [12]: 1 — резание вдоль волокон; 2 — резание поперек волокон; 3 — резание в торец

Расчет силы резания при цилиндрическом фрезеровании древесины для трех главных направлений резания производим по формулам, полученным авторами в работе [13]:

$$P_{\text{прод}} = l_{p.k} \cdot (\delta \cdot a_1 + S_z \cdot a_2 \times (\sin \beta + \cos \beta \cdot f_1)), H; \quad (1)$$

$$P_{\text{торц}} = l_{p.k} \cdot (\delta \cdot a_3 + S_z \cdot a_4 \times (\sin \beta + \cos \beta \cdot f_1)), H; \quad (2)$$

$$P_{\text{попереч}} = l_{p.k} \cdot (\delta \cdot a_3 + S_z \cdot a_2 \times (\sin \beta + \cos \beta \cdot f_1)), H, \quad (3)$$

где:

$$a_1 = (n_1 \cdot H_1 \cdot \dot{\epsilon}_1 + E_1 \cdot \epsilon_1) \cdot (1 - e^{-\frac{\epsilon_1}{n_1 \cdot \dot{\epsilon}_1}}) \quad (4)$$

— напряжение сжатия при действии силы вдоль волокон, МПа;

$$a_2 = (n_2 \cdot H_2 \cdot \dot{\epsilon}_2 + E_2 \cdot \epsilon_2) \cdot (1 - e^{-\frac{\epsilon_2}{n_2 \cdot \dot{\epsilon}_2}}) \quad (5)$$

— напряжение растяжения при действии силы поперек волокон в радиальном направлении, МПа;

$$a_3 = (n_3 \cdot H_3 \cdot \dot{\epsilon}_3 + E_3 \cdot \epsilon_3) \cdot (1 - e^{-\frac{\epsilon_3}{n_3 \cdot \dot{\epsilon}_3}}) \quad (6)$$

— напряжение сжатия при действии силы поперек волокон в тангенциальном направлении, МПа;

$$a_4 = (n_4 \cdot H_4 \cdot \dot{\epsilon}_4 + E_4 \cdot \epsilon_4) \cdot (1 - e^{-\frac{\epsilon_4}{n_4 \cdot \dot{\epsilon}_4}}) \quad (7)$$

— напряжение растяжения при действии силы вдоль волокон, МПа; $l_{p.k}$ — длина главной режущей кромки, мм; δ — ширина главной режущей кромки, мм; S_z — подача на резец, мм; β — угол резания, град; f_1 — коэффициент трения передней грани реза о материал;

$n = \eta / (E_1' + E_2')$ — длительность релаксации, c ; η — коэффициент вязкости, $МПа \cdot c$; $H = E_2'$ — мгновенный модуль упругости, $МПа$; $\dot{\epsilon}$ — скорость деформации, c^{-1} ; $E = E_1' \cdot E_2' / (E_1' + E_2')$ — длительный модуль упругости, $МПа$; ϵ — относительная деформация материала.

Формулы (4) – (7) получены путем решения реологического уравнения [13], описывающего поведение стандартного вязкоупругого тела, свойства которого применяют к древесине [14].

Ход расчета

1. Показатель твердости древесины или другого полимерного материала, определяемый методом вдавливания сферы, можно представить как среднее контактное напряжение в лунке [8]. В связи с этим максимальное контактное давление определяем по формуле теории Герца контакта упругих тел (для точечного контакта по круговой области) [15]:

$$P_0 = \frac{3}{2} \cdot P_{cp}, \tag{8}$$

где P_{cp} — среднее контактное напряжение в лунке, $МПа$.

2. Максимальное касательное напряжение рассчитываем по формуле теории Герца контакта упругих тел для точечного контакта по круговой области (при $r = 0$, $z = 0,48a$ (r — расстояние от центра нагруженной области (круга) по радиусу; z — расстояние от центра контакта по оси вдавливания; a — радиус области контакта)) [15]:

$$\tau_1 = 0,31 \cdot p_0, \tag{9}$$

где p_0 — максимальное контактное давление, $МПа$.

3. Относительную деформацию рассчитываем по формуле Д. Тейбора [10]:

$$\epsilon = 0,2 \cdot \frac{d}{D}, \tag{10}$$

где d — диаметр отпечатка, $мм$; D — диаметр сферы, $мм$.

4. Деформации древесины при резании происходят в области малых упругопластических деформаций, на которые преимущественно и затрачивается работа резания [2; 17; 18]. Для упрощения расчетов предполагают, что при малых деформациях древесина подчиняется закону Гука [17; 19], следовательно скорость деформации можно определить по времени деформации (рис. 3).

5. Модуль упругости при сдвиге определяем по следующей формуле [11]:

$$G = \frac{\tau_1}{\epsilon}, \tag{11}$$

где τ_1 — максимальное касательное напряжение, $МПа$; ϵ — относительная деформация

Порода древесины и участок измерения	Плотность древесины образца, $г/см^3$	Радиус отпечатка, $мм$	Содержание зоны в объеме образца, %	Микротвердость по зонку, $МПа$	Средневзвешенное значение микротвердости, $МПа$
Гикори белый	0,990	0,02524		14,3,0	14,3,0
Фисташка:	0,915	0,02704			123,7
ядро			60,0	137,0	
заболонь			40,0	103,7	
Акация белая	0,790	0,03092	10,0	92,8	92,8
Грэд:	0,780	0,03418			74,5
зона поздняя			25,0	78,9	
зона ранняя			75,0	73,0	
Дуб:	0,760	0,03207			85,7
зона поздняя			80,0	92,7	
зона ранняя			15,0	52,4	
сердцевинные лучи			5,0	75,0	
Лиственница:	0,700	0,03658			64,0
зона поздняя			38,5	134,2	
зона ранняя			61,5	20,1	
Береза	0,690	0,03520		69,8	69,8
Груша	0,670	0,03559		68,1	68,1
Грецкий орех:	0,665	0,03566			67,8
зона поздняя			40,0	84,1	
зона ранняя			60,0	57,0	
Явор:	0,660	0,03930			54,3
зона поздняя			70,0	52,0	
зона ранняя			20,0	59,5	
сердцевинные лучи			10,0	59,5	
Бук:	0,640	0,03734			61,1
зона поздняя			85,0	57,0	
зона ранняя			5,0	84,2	
сердцевинные лучи			10,0	84,2	
Клён	0,635	0,03930			54,3
Тис:	0,570	0,03205			85,8
зона поздняя			27,0	14,19	
зона ранняя			73,0	65,1	
Ольха:	0,530	0,04603			37,0
зона поздняя			15,0	60,5	
зона ранняя			85,0	32,9	
Осина	0,470	0,04893		31,5	31,5
Сосна:	0,445	0,04882			31,7
зона поздняя, ядро			10,0	112,0	
то же, заболонь			5,0	94,8	
зона ранняя, ядро			55,0	20,6	
то же, заболонь			30,0	15,1	
Липа	0,440	0,05789		18,0	18,0
Ива белая	0,435	0,05199		26,5	26,5
Кедр (сосна кедровая):	0,415	0,05416			23,3
зона поздняя, ядро			7,8	47,4	
то же, заболонь			7,8	34,3	
зона ранняя, ядро			42,2	23,0	
то же, заболонь			42,2	17,1	
Ель:	0,405	0,04922			31,0
зона поздняя			15,0	111,0	
зона ранняя			85,0	18,0	
Пихта:	0,390	0,05769			18,3
зона поздняя			12,7	48,1	
зона ранняя			87,3	13,9	
Бальза	0,190	0,05468		9,4	9,4

Рис. 2. Микротвердость различных пород древесины (влажность $W = 7 \div 11\%$) [16]

Плоско-напряженное состояние		Плоско-деформированное состояние	
Изотермический процесс деформации		Адиабатический процесс деформации	
Длительные испытания	Методы испытаний		Опыты со взрывом на плите
	Испытания действием статической нагрузки	Испытания с применением ударной нагрузки (опыты с ударным инструментом, со взрывом)	
Ползучесть	Характеристика ползучести процесса		Распространение взрывной волны
	Квазистатическая деформация	Переходная зона	
$10^{-8} \ 10^{-6} \ 10^{-4} \ 10^{-2} \ 10^0 \ 10^2 \ 10^4 \ 10^6$ Скорость деформации, c^{-1}			
$10^6 \ 10^4 \ 10^2 \ 10^0 \ 10^{-2} \ 10^{-4} \ 10^{-6} \ 10^{-8}$ Время на выполнение 1% расслабления, c			

Рис. 3. Деление методов испытаний в зависимости от скорости деформации [20]

6. Данные мгновенного модуля упругости принимаем из источника [21] или рассчитываем из формулы (для древесины сосны, березы и дуба):

$$P = 0,0607 \cdot E_2, \quad (12)$$

где P — микротвердость древесины, $МПа$; E_2 — мгновенный модуль упругости, $МПа$.

7. Длительный модуль упругости принимаем равным модулю упругости при сдвиге на основании того, что горизонтальная составляющая силы действия резца на древесину сначала вызывает сжатие, а затем сдвиг материала с разрушением.

Формула для определения длительного модуля упругости [14] (используется для определения значения модуля упругости E_1):

$$E = \frac{E_1 \cdot E_2}{E_1 + E_2}, \quad (13)$$

где E_1 — модуль упругости, $МПа$; $E_2 = H$ — мгновенный модуль упругости, $МПа$.

8. Вязкость древесины рассчитываем по формуле Поклингтона [22]:

$$\eta = \frac{3 \cdot R \cdot T \cdot F}{16 \cdot \rho^3}, \quad (14)$$

где R — радиус сферы, $мм$; T — время вдавливания, $с$; F — сила вдавливания, H ; ρ — радиус отпечатка, $мм$.

9. Длительность релаксации определяем по формуле [14]:

$$n = \frac{\eta}{E_1 + E_2}, \quad (15)$$

где η — вязкость материала, $МПа \cdot с$; E_1 — модуль упругости, $МПа$; $E_2 = H$ — мгновенный модуль упругости, $МПа$.

10. Максимальное растягивающее напряжение рассчитываем по формуле теории Герца контакта упругих тел для точечного контакта по круговой области (при $r = a, z = 0$) [15]:

$$\sigma_r = \frac{1}{3} \cdot (1 - 2 \cdot \mu) \cdot p_0, \quad (16)$$

где μ — коэффициент Пуассона; p_0 — максимальное контактное давление, $МПа$.

Значения коэффициентов Пуассона древесины принимаем из источников [23; 24].

Следует отметить, что величины коэффициента Пуассона экспериментально определяются с большой относительной погрешностью ввиду малости поперечной деформации. Поэтому соотношения, вытекающие из существования упругого потенциала, в которые входят величины коэффициента Пуассона, выполняются с недостаточной точностью, в связи с чем вычисления коэффициентов Пуассона не очень точны и приведены главным образом для демонстрации закономерностей их анизотропии [23].

Пример расчета. Необходимо определить общую силу резания при цилиндрическом фрезеровании дре-

весины в осевом, радиальном и тангенциальном направлениях.

Условия резания: резание статическое; диаметр окружности резания $d = 156$ мм; число ножей $z = 1$; ширина резания $b = 12$ мм; задний угол $\alpha = 15^\circ$; угол резания $\delta = 65^\circ$; ширина режущей кромки $\delta_{р.к.} = 0,016$ мм; подача на нож $S_z = 1$ мм; коэффициент трения передней грани резца по древесине $f_1 = 0,5$; порода древесины — сосна (плотность $\rho_{12} = 0,40$ г/см³); влажность древесины $W = 18$ %.

Решение. По данным [9; 18], твердость и микротвердость древесины находятся в прямой корреляционной зависимости от плотности, и эти показатели повышаются при увеличении последней. Однако В.Г. Санаев [16] в исследованиях по вдавливанию микросферы в различные породы древесины обнаружил, что зависимость микротвердости от плотности не является строгой прямой и выражается следующим уравнением связи:

$$P = 197,42 \cdot \rho^2 - 64,2 \cdot \rho + 15,33, \quad (17)$$

где P — микротвердость древесины, $МПа$; ρ — плотность древесины, г/см³.

Но все же для упрощения расчетов в пределах одной породы можно допустить, что эта зависимость остается прямой.

Расчет общей силы резания при продольном фрезеровании древесины сосны:

1. Приведение значения микротвердости древесины по плотности и влажности.

Так как плотность и влажность обрабатываемой древесины отличаются от указанных в таблице (рис. 2), необходимо привести табличное значение микротвердости к заданным условиям резания:

$$\frac{0,445 \text{ г/см}^3}{31,70 \text{ МПа}} = \frac{0,400 \text{ г/см}^3}{P};$$

$$P = 28,50 \text{ МПа}.$$

Отношение радиальной микротвердости (при влажности 12 %) к радиальной микротвердости (при влажности 30 %) для древесины сосны равно [3; 25]:

$$\frac{P_{рад}(W = 12\%) }{P_{рад}(W = 30\%) } = 2,12.$$

Из этого отношения получаем значение радиальной микротвердости древесины сосны при 20 % влажности:

$$P_{рад}(W = 12\%) = 28,50 \text{ МПа};$$

$$P_{рад}(W = 30\%) = \frac{28,50}{2,12} = 13,44 \text{ МПа};$$

$$P_{рад}(W = 20\%) = \frac{28,50 - 13,44}{2} + 13,44 = 20,97 \text{ МПа}.$$

2. Формула для определения величины микротвердости древесины [3]:

$$P = \frac{F}{\pi \cdot D \cdot h_n}, \quad (18)$$

где F — сила вдавливания, H ; D — диаметр сферы индентора, мм; h_n — полная глубина внедрения индентора, мм.

Из формулы (18) находим полную глубину внедрения индентора:

$$h_n = \frac{F}{P \cdot \pi \cdot D} = \frac{0,294}{20,97 \cdot 3,14 \cdot 0,12} = 0,03721 \text{ мм.}$$

Все необходимые данные по вдавливанию микросферы в различные породы древесины принимаем из источника [3].

Значение радиуса отпечатка ρ находим по формуле [3]:

$$\rho = \sqrt{h_n \cdot (D - h_n)} = 0,0555 \text{ мм.}$$

Рассчитываем относительную деформацию по формуле (10):

$$\varepsilon = 0,2 \cdot \frac{d}{D} = 0,2 \cdot \frac{0,111}{0,12} = 0,185.$$

3. Рассчитываем мгновенный модуль упругости по формуле (12):

$$H = E_2 = \frac{P}{0,0607} = \frac{20,97}{0,0607} = 345,47 \text{ МПа.}$$

4. Рассчитываем максимальное контактное давление по формуле (8):

$$p_0 = \frac{3}{2} \cdot p_{cp} = \frac{3}{2} \cdot 20,97 = 31,46 \text{ МПа.}$$

Рассчитываем максимальное касательное напряжение по формуле (9):

$$\tau_1 = 0,31 \cdot p_0 = 0,31 \cdot 31,46 = 9,75 \text{ МПа.}$$

Рассчитываем модуль упругости при сдвиге по формуле (11):

$$G = \frac{\tau_1}{\varepsilon} = \frac{9,75}{0,185} = 52,70 \text{ МПа.}$$

Приравниваем значение длительного модуля упругости значению модуля упругости при сдвиге:

$$E = G = 52,70 \text{ МПа.}$$

Находим значение модуля упругости E_1 из формулы (13):

$$E = \frac{E_1 \cdot E_2}{E_1 + E_2};$$

$$E = \frac{E_1 \cdot E_2}{E_1 + E_2} = 52,70 \text{ МПа};$$

$$E = \frac{62,19 \cdot 345,47}{62,19 + 345,47} = 52,70 \text{ МПа};$$

$$E_1 = 62,19 \text{ МПа.}$$

5. Производим расчет вязкости и времени релаксации по формулам (14) и (15):

$$\eta = \frac{3 \cdot R \cdot T \cdot F}{16 \cdot \rho^3} = \frac{3 \cdot 0,06 \cdot 90 \cdot 0,294}{16 \cdot 0,0555^3} = 1741,26 \text{ МПа} \cdot \text{с};$$

$$n = \frac{\eta}{E_1 + E_2} = \frac{1741,26}{62,19 + 345,47} = 4,27 \text{ с.}$$

6. Значение коэффициента Пуассона принимаем из источников [23; 24].

Для случая продольного резания древесины сосны коэффициент Пуассона принят:

$$\mu = 0,052;$$

для случая поперечного резания:

$$\mu = 0,25;$$

для торцового резания:

$$\mu = 0,145.$$

7. Рассчитываем напряжения сжатия и растяжения по формулам (4) и (16):

$$a_1 = (n_1 \cdot H_1 \cdot \varepsilon_1 + E_1 \cdot \varepsilon_1) \cdot (1 - e^{-n_1 \cdot \varepsilon_1}) =$$

$$= (4,27 \cdot 345,47 \cdot 10000 + 52,70 \cdot 0,185) \times$$

$$\times (1 - e^{-\frac{0,185}{4,27 \cdot 10000}}) = 14751578,75 \times$$

$$\times 0,0000043325 = 63,91 \text{ МПа};$$

$$\sigma_r = \frac{1}{3} \cdot (1 - 2 \cdot \mu) \cdot p_0 = \frac{1}{3} \cdot (1 - 2 \cdot 0,052) \cdot 31,46 = 9,40 \text{ МПа.}$$

Величины a_1 и σ_r домножаем на коэффициент:

$$\frac{P_{\text{торц}}(W = 20\%)}{P_{\text{рад}}(W = 20\%)} = 1,28.$$

Получаем:

$$a_1 = 63,91 \cdot 1,28 = 81,81 \text{ МПа};$$

$$\sigma_r = 9,40 \cdot 1,28 = 12,03 \text{ МПа.}$$

8. Расчет общей силы резания при продольном фрезеровании производим по формуле (1):

$$P_{\text{прод}} = l_{p,k} \cdot (\delta \cdot a_1 + S_z \cdot a_2 \times$$

$$\times (\sin \beta + \cos \beta \cdot f_1)) = 12 \cdot (0,016 \cdot 81,81 +$$

$$+ 1 \cdot 12,03 \cdot (\sin 50^\circ + \cos 50^\circ \cdot 0,5)) =$$

$$= 172,65 \text{ Н} = 17,62 \text{ кгс.}$$

Для учета работы резания, совершаемой на 3-й стадии врезания лезвия в древесину, в первом приближении проводим следующие действия:

по графику (рис. 1) определяем координаты точки b_2 и точки, в которой данная кривая достигает максимальных значений:

$$P_{b_2} = 1,20 \text{ Н} / \text{мм};$$

$$l_{\sigma_2} = 30,35 \text{ мкм};$$

$$P_{max} = 1,34 \text{ Н / мм};$$

$$l_{max} = 56,45 \text{ мкм}.$$

Далее, согласно экспериментальным данным [9], принимаем значение длины пути, проходящего режущей кромкой в древесине до появления опережающей трещины (при срезании слоя толщиной 1 мм), равным 2 000 мкм.

Определяем количество участков, равных расстоянию по оси l от точки b_2 до точки, в которой данная кривая достигает максимальных значений, на расстоянии 2 000 мкм:

$$\frac{2000 - 30,35}{56,45 - 30,35} = 75,47.$$

Определяем величину, на которую увеличится сила резания, при прохождении режущей кромкой пути в древесине от 30,35 мкм до 2 000 мкм:

$$(1,34 - 1,20) \cdot 75,47 = 10,57 \text{ Н / мм};$$

при переводе в кгс и с учетом ширины режущей кромки данная величина составит:

$$10,57 : 9,8 \cdot 12 = 12,94 \text{ кгс}.$$

Окончательно, общая сила резания при продольном фрезеровании равна:

$$P_{прод} = 17,62 + 12,94 = 30,56 \text{ кгс}.$$

Расчет общей силы резания при торцовом фрезеровании древесины сосны.

1. При торцовом резании величины $n, H, \epsilon, E, \epsilon$ принимаются равным соответствующим величинам при продольном резании.

2. Рассчитываем напряжения сжатия и растяжения по формулам (6) и (16):

$$a_3 = (n_3 \cdot H_3 \cdot \epsilon_3 + E_3 \cdot \epsilon_3) \cdot (1 - e^{-\frac{\epsilon_3}{n_3 \cdot \epsilon_3}}) =$$

$$= (4,27 \cdot 345,47 \cdot 10000 + 52,70 \cdot 0,185) \times$$

$$\times (1 - e^{-\frac{0,185}{4,27 \cdot 10000}}) = 14751578,75 \times$$

$$\times 0,0000043325 = 63,91 \text{ МПа};$$

$$\sigma_r = \frac{1}{3} \cdot (1 - 2 \cdot \mu) \cdot p_0 = \frac{1}{3} \cdot (1 - 2 \cdot 0,145) \cdot 31,46 =$$

$$= 7,45 \text{ МПа}.$$

Величину σ_r домножаем на коэффициент:

$$\frac{P_y}{P_z} = \frac{0,906}{0,553} = 1,64;$$

Получаем:

$$\sigma_r = 7,45 \cdot 1,64 = 12,22 \text{ МПа}.$$

Для расчета коэффициента $\frac{P_y}{P_z}$ координаты точек кривых P_y и P_z для случая торцового резания древесины (рис. 1) определяем с помощью вертикальной линии, проходящей через точку b_2 и пересекающей данные кривые.

3. Расчет общей силы резания при торцовом фрезеровании производим по формуле (2):

$$P_{торц} = l_{р.к} \cdot (\delta \cdot a_3 + S_z \cdot a_4 \cdot (\sin \beta + \cos \beta \times$$

$$\times f_1)) = 12 \cdot (0,016 \cdot 63,91 + 1 \cdot 12,22 \cdot (\sin 50^\circ +$$

$$+ \cos 50^\circ \cdot 0,5)) = 171,73 \text{ Н} = 17,52 \text{ кгс}.$$

Для учета работы резания, совершаемой на 3-й стадии врезания лезвия в древесину, проводим те же действия, что и в предыдущем расчете.

По графику (рис. 1) определяем количество участков, равных расстоянию по оси l от точки пересечения кривых P_z и P_y (для торцового резания) до точки с координатами (56,45; 0) на расстоянии 2 000 мкм:

$$\frac{2000 - 44,47}{56,45 - 44,47} = 163,23.$$

Определяем величину, на которую увеличится сила резания, при прохождении режущей кромкой пути в древесине от 44,47 мкм до 2 000 мкм:

$$(1,50 - 1,37) \cdot 163,23 = 21,22 \text{ Н / мм};$$

при переводе в кгс и с учетом ширины режущей кромки данная величина составит:

$$21,22 : 9,8 \cdot 12 = 25,98 \text{ кгс}.$$

Окончательно, общая сила резания при торцовом фрезеровании равна:

$$P_{торц} = 17,52 + 25,98 = 43,50 \text{ кгс}.$$

Расчет общей силы резания при поперечном фрезеровании древесины сосны.

1. При поперечном резании величины $n, H, \epsilon, E, \epsilon$ принимаются равными соответствующим величинам при продольном и торцовом резании.

2. Рассчитываем напряжения сжатия и растяжения по формулам (6) и (16):

$$a_3 = (n_3 \cdot H_3 \cdot \epsilon_3 + E_3 \cdot \epsilon_3) \cdot (1 - e^{-\frac{\epsilon_3}{n_3 \cdot \epsilon_3}}) =$$

$$= (4,27 \cdot 345,47 \cdot 10000 + 52,70 \cdot 0,185) \times$$

$$\times (1 - e^{-\frac{0,185}{4,27 \cdot 10000}}) = 14751578,75 \times$$

$$\times 0,0000043325 = 63,91 \text{ МПа};$$

$$\sigma_r = \frac{1}{3} \cdot (1 - 2 \cdot \mu) \cdot p_0 = \frac{1}{3} \cdot (1 - 2 \cdot 0,25) \cdot 31,46 = 5,24 \text{ МПа}.$$

Расчет общей силы резания при поперечном фрезеровании производим по формуле (3):

$$P_{\text{попереч}} = l_{p.k} \cdot (\delta \cdot a_3 + S_z \cdot a_2 \times (\sin \beta + \cos \beta \cdot f_1)) =$$

$$12 \cdot (0,016 \cdot 63,91 + 1 \cdot 5,24 \cdot (\sin 50^\circ + \cos 50^\circ \cdot 0,5)) =$$

$$= 80,65 \text{ Н} = 8,23 \text{ кгс}.$$

Для учета работы резания, совершаемой на 3-й стадии врезания лезвия в древесину, проводим те же действия, что и в предыдущих расчетах.

По графику (рис. 1) определяем количество участков, равных расстоянию по оси l от точки на кривой P_z (для поперечного резания), которую пересекает вертикальная линия, проведенная через точку \bar{b}_2 , до точки, в которой кривая P_z достигает максимальных значений, на расстоянии 2 000 мкм:

$$\frac{2000 - 30,35}{56,45 - 30,35} = 75,47.$$

Определяем величину, на которую увеличится сила резания, при прохождении режущей кромкой пути в древесине от 30,35 мкм до 2 000 мкм:

$$(0,85 - 0,65) \cdot 75,47 = 15,09 \text{ Н / мм};$$

при переводе в кгс и с учетом ширины режущей кромки данная величина составит:

$$15,09 : 9,8 \cdot 12 = 18,48 \text{ кгс}.$$

Окончательно, общая сила резания при поперечном фрезеровании равна:

$$P_{\text{попереч}} = 18,48 + 8,23 = 26,71 \text{ кгс}.$$

Выводы

1. Изложенный в настоящей работе метод расчета достаточно прост и надежен в применении. Расхождение с экспериментальными данными не выходит за пределы 5 %.

2. Применяемый научный подход для описания процесса фрезерования древесины вместе с формулами теории Герца, Тейбора, Поклингтона и данными, полученными Санаевым, позволяют в расчетном методе учесть физико-механические свойства древесины, проявляемые при резании, а также сложное напряженно-деформированное состояние древесины, образующееся в зоне контакта с режущей кромкой резца (лезвием).

3. Для повышения точности расчета коэффициент Пуассона должен быть определен с учетом особенностей образования зоны деформирования в объеме материала при вдавливании сферы в поверхность древесины.

Литература

1. Любченко В.И. Резание древесины и древесных материалов. М.: Лесная промышленность, 1986. 296 с.
2. Зотов Г.А., Памфилов Е.А. Повышение стойкости дереворежущего инструмента. М.: Экология, 1991. 304 с.
3. Санаев В.Г. Метод контроля твердости защитно-декоративных покрытий на древесных подложках: дис. ... канд. техн. наук. М., 1983.

4. Айнбиндер С.Б., Тюнина Э.Л. Введение в теорию трения полимеров. Рига: Зинатне, 1978. 224 с.

5. Фрохт М.М. Фотоупругость. В 2 ч. М.; Л.: ОГИЗ, 1948. Ч. 1. С. 83-87.

6. Зуев Ю.С. Разрушение эластомеров в условиях, характерных для эксплуатации: научное издание. М.: Химия, 1980. 228 с.

7. Вернер З. Некоторые исследования по измельчению мягких материалов в кн. Тр. европейского совещания по измельчению / пер. с нем. Л.А. Ласточкина. М.: Изд-во лит. по строительству, 1966. 603 с.

8. Санаев В.Г. О деформировании вязкоупругих материалов при определении микротвердости: сб. науч. тр. МЛТИ. М., 1982. Вып. 140. С. 28-34.

9. Ивановский Е.Г., Василевская П.В., Лаутнер Э.М. Новые исследования резания древесины. М.: Лесная промышленность, 1972. 128 с.

10. Tabor D. A simple theory of static and dynamic hardness. Proc. R. Soc., London, 1948. A № 192. P. 247-274.

11. Van Krevelen D.W. Properties of polymers correlations with chemical structure. Amsterdam; London; New York: Elsevier publishing company, 1972. 416 p.

12. Моисеев А.В. Износостойкость дереворежущего инструмента. М.: Лесная промышленность, 1981. 112 с.

13. Булатасов Э.О., Попов В.П., Ханин В.П. Математическая модель фрезерования древесины // Вестн. Оренбур. гос. ун-та 2015. № 4 (179). С. 210-215.

14. Боровиков А.М., Уголев Б.Н. Справочник по древесине: справочник / под ред. Б. Н. Уголева. М.: Лесная промышленность, 1989. 296 с.

15. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия: пер. с англ. М.: Мир, 1989. 510 с.

16. Санаев В.Г. Исследование микротвердости древесины. Деревообрабатывающая промышленность, 1983. № 1. С. 6-8.

17. Модлин Б.Д., Хатилович А.А. Изготовление стружки для древесностружечных плит. М.: Лесная промышленность, 1988. 152 с.

18. Чурилин А.А. Новое в резании древесины. М.: Лесная промышленность, 1967. 122 с.

19. Захаров В.В. Импульсное резание древесины. М.: Лесная промышленность, 1983. 160 с.

20. Испытание материалов: справочник / под ред. Х. Блюменауэра, пер. с нем. М.: Металлургия, 1979. 448 с.

21. Санаев В.Г. Долговечность защитно-декоративных покрытий на древесине: дис. ... д-ра техн. наук. М., 1997.

22. Pocklington H.C. Rough measurement of high viscosities. Proc. Camb. Philos. Soc., England, 1940. № 36. P. 507-508.

23. Ашкенази Е.К. Анизотропия древесины и древесных материалов. М.: Лесная промышленность, 1978. 224 с.

24. Bucur V. Acoustics of wood. 2nd edition. Germany: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2006. P. 111.

References

1. Ljubchenko V.I. Cutting wood and wood materials. M.: Lesnaja promyshlennost', 1986. 296 p.
2. Zotov G.A., Pamfilov E.A. Raising resistance of wood-cutting tools. M.: Jekologija, 1991. 304 p.
3. Sanaev V.G. Test method of hardness of protective and decorative coatings for wood substrates: dis. ... kand. tehn. nauk. M., 1983.
4. Ajnbinder S.B., Tjunina Je.L. Introduction to Polymer friction. Riga: Zinatne, 1978. 224 p.

5. Froht M.M. Photoelasticity. V 2 ch. M.; L.: OGIZ, 1948. Ch. 1. P. 83-87.
6. Zuev Ju.S. Elastomers destruction in conditions characteristic of operation: nauchnoe izdanie. M.: Himija, 1980. 228 p.
7. Verner Z. Some research on grinding of soft materials in the book / per. s nem. L.A. Lastochkina. M.: Izd-vo lit. po stroitel'stvu, 1966. 603 p.
8. Sanaev V.G. About Deformation of viscoelastic materials when determining microhardness: sb. nauch. tr. MLTI. M., 1982. Vyp. 140. P. 28-34.
9. Ivanovskij E.G., Vasilevskaja P.V., Lautner Je.M. New research cutting wood. M.: Lesnaja promyshlennost', 1972. 128 p.
10. Tabor D. A simple theory of static and dynamic hardness. Proc. R. Soc., London, 1948. A № 192. P. 247-274.
11. Van Krevelen D.W. Properties of polymers correlations with chemical structure. Amsterdam; London; New York: Elsevier publishing company, 1972. 416 p.
12. Moiseev A.V. Durability woodworking tools. M.: Lesnaja promyshlennost', 1981. 112 p.
13. Bulatov Je.O., Popov V.P., Hanin V.P. Mathematical model of milling of wood // Vestnik of the Orenburg State University. 2015. № 4 (179). P. 210-215.
14. Borovikov A.M., Ugolev B.N. Handbook of wood: spravochnik / pod red. B. N. Ugoleva. M.: Lesnaja promyshlennost', 1989. 296 p.
15. Dzhonson K. Contact mechanics: per. s angl. M.: Mir, 1989. 510 p.
16. Sanaev V.G. Investigation of microhardness wood // De-revoobrabatyvajushhaja promyshlennost' (Woodworking industry). 1983. № 1. P. 6-8.
17. Modlin B.D., Hatilovich A.A. Chip Production for chip-board. M.: Lesnaja promyshlennost', 1988. 152 p.
18. Churilin A.A. New in cutting wood. M.: Lesnaja promyshlennost', 1967. 122 p.
19. Zaharov V.V. Pulse cutting wood. M.: Lesnaja promyshlennost', 1983. 160 p.
20. Testing of materials: spravochnik / pod red. H. Bljume-naujera, per. s nem. M.: Metallurgija, 1979. 448 p.
21. Sanaev V.G. Durability of protective and decorative coatings on wood: dis. ... d-ra tehn. nauk. M., 1997.
22. Pocklington H.C. Rough measurement of high viscosities. Proc. Camb. Philos. Soc., England, 1940. № 36. P. 507-508.
23. Ashkenazi E.K. Anisotropy of wood and wood materials. M.: Lesnaja promyshlennost', 1978. 224 p.
24. Bucur V. Acoustics of wood. 2nd edition. Germany: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2006. P. 111.