УДК 531; 534.013; 622.24; 622.23.01 DOI: 10.18324/2077-5415-2018-1-45-55

Обобщение качественно новой теории качения колеса при описании явления шимми

В.А. Коронатов

Братский государственный университет, ул. Макаренко 40, Братск, Россия
kortavik@mail.ru
https://orcid.org/0000-0002-1331-213X
Статья поступила 5.02.2018, принята 15.02.2018

Ранее опубликованная работа автора о новой качественной теории качения обобщается на случаи криволинейного движения колеса с возможностью верчения. Принципиальное отличие новой теории от всех существующих заключается в том, что силовые факторы (сила сопротивления и моменты сопротивления качению и верчению) определяются не через контактные напряжения, а через кинематические величины — скорость проскальзывания, угловые скорости качения и верчения. Тем самым в новой теории впервые удалось учесть динамику процесса в пятне контакта между колесом и полотном дороги, не определяя при этом контактные напряжения. В качестве примеров применения теории приведено описание моделей, введенные акад. РАН В.Ф. Журавлевым и Д.М. Климовым для изучения явления шимми. На этих примерах, в частности, показаны основные отличия новой теории от теории поликомпонентного сухого трения. Так, теорию поликомпонентного сухого трения следует считать сильно формализованной, в ней отсутствует ясность понимания физического смысла в присутствии отдельных кинематических величин в аналитических выражениях для силовых факторов; используются полуэмпирические соотношения для контактных напряжений, например, в виде закона Герца, что приводит к неточностям теории; применяемые формулы для определения коэффициентов аппроксимации вызывают сомнения, так как в них не учтены динамические законы для нормальных напряжений. Новая теория является качественной: присутствие каждой кинематической величины в формулах для силовых факторов имеет вполне определенный физический смысл; исключается использование эмпирических соотношений; нет необходимости в применении закона Кулона в дифференциальной форме; определение коэффициентов аппроксимации предусматривается только экспериментальным путем. Кроме того, в новой теории выбран иной, более общий и удобный в применении вид аппроксимации Паде. Отмеченное, по-видимому, и объясняет различия в формулах теории поликомпонентного сухого трения с тем, что предлагает новая качественная теория. Итоговые уравнения весьма существенно отличаются от прежних, записанных авторами этих моделей в соответствии с теорией поликомпонентного сухого трения. Фактически, рассматриваемые модели описаны совершенно по-новому.

Ключевые слова: колесо; теория качения; эффект шимми; трение качения; аппроксимация Паде; поликомпонентная теория трения.

Generalization of a qualitatively new theory of wheel rolling in the description of the shimmy phenomenon

V.A. Koronatov

Bratsk State University; 40, Makarenko, Bratsk, Russia
kortavik@mail.ru
https://orcid.org/0000-0002-1331-213X
Received 5.02.2018, accepted 15.02.2018

The previously published work of the author on a new qualitative theory of rolling is generalized to cases of curvilinear wheel motion with the possibility of turning. The fundamental difference between the new theory and all existing ones is that the force factors (the resistance force and the moments of rolling resistance and torsion) are determined not through contact stresses, but through kinematic quantities - slip velocity, angular rolling and rolling speeds. Thus, in the new theory for the first time it was possible to take into account the dynamics of the process in the contact spot between the wheel and the roadway, without determining the contact stresses. As an example of the application of the theory, there is a description of the models introduced by V.F. Zhuravlev (academician of RAS) for studying the phenomenon of shimmy. These models, in particular, show the main differences between the new theory and the theory of polycomponent friction. Thus, the theory of polycomponent friction should be considered highly formalized, it lacks clarity in understanding the physical meaning of the presence of individual kinematic quantities in analytical expressions for force factors; semiempirical relations for contact voltages are used, for example, in the form of Hertz's law, which leads to inaccuracies in the theory; the formulas used to determine the approximation coefficients raise doubts, since they do not take into account dynamic laws for normal stresses. The new theory is qualitative: the presence of each kinematic quantity in the formulas for force factors has a quite definite physical meaning; the use of empirical relationships is excluded; there is no need to apply the Coulomb law in a differential form; the determination of the approximation coefficients is provided only by an experimental method. In addition, in the new theory a different, more general and convenient type of Padé approximation is chosen. This, apparently, explains the differences in the formulas of the theory of *polycomponent friction with what the new qualitative theory suggests. The resulting equations are very different from the previous equations written in accordance with the theory of polycomponent friction developed by the author of these models. In fact, the models in question are described in a completely new way.*

Key words: wheel; rolling theory; shimmy effect; rolling friction; the Pade approximant; polycomponent theory of friction.

Введение

При описании процесса качения колеса определяющими являются силовые компоненты — сила сопротивления, моменты сопротивления качению и верчению, которые возникают в пятне контакта со стороны полотна дороги. Все существующие на сегодняшний день теории качения основываются на непосредственном определении этих силовых компонент через возникающие контактные напряжения (см. обзоры [1–3]). Это является весьма трудной задачей: во время движения колесá изменяются по заранее неизвестным законам как сами напряжения, так и размеры пятна контакта; эти законы необходимо знать при интегрировании, когда определяются результирующие силовые компоненты. Здесь следует иметь в виду, что для определения законов изменения напряжений и размеров пятна контакта надо знать, как движется колесо, а для определения закона движения колеса — знать, как изменяются напряжения и пятно контакта.

Таким образом, рассматриваемые вопросы взаимосвязаны и по отдельности друг от друга не решаются. Очевидно, что при таком подходе найти точные решения для исходной задачи не удастся. Чтобы найти приближенные решения, в существующих теориях вынуждены вводить полуэмпирические, обычно стационарные, законы для контактных напряжений, например, в виде закона Герца [4, 5], а форму пятна контакта принимать усредненно постоянной, в виде эллипса или окружности. И даже при введении таких упрощающих гипотез нахождение силовых компонент приводит к сложным интегральным зависимостям [6, 7], что создает трудности в их использовании. Выбранный метод приближенного аналитического или численного определения силовых компонент через такие зависимости и составляет главное отличие теорий друг от друга [1–3].

Так, в теориях Картера [8, 9] и Калкера [10–13] для задач железнодорожного транспорта за основу берутся численные методы и разработанные на их основе компьютерные программы Contact и Fastsim, а в автомобильном транспорте используются Magic Formula Пасейки [14] и методы расчета, основанные на щеточных, ленточных, струнных и других моделях [1, 2, 15]. В теории поликомпонентного сухого трения, созданной акад. РАН В.Ф. Журавлевым [16–18], применяется приближенно-аналитический метод, основанный на использовании аппроксимации Паде [19], где в отличие от других теорий принимается во внимание нарушение закона Кулона при скольжении тела с верчением [20].

Следует признать, что, при всех новаторствах этой теории по сравнению с другими, она сильно формализована. Отсутствует ясность понимания физического смысла в присутствии отдельных кинематических величин — скорости проскальзывания и угловых скоростей качения и верчения, в аналитических выражениях для силовых компонент. Вызывают сомнения применяемые формулы для определения коэффициентов аппроксимации [16–18; 21, 22, 24–28], так как в них не учтены динамические законы для нормальных напряжений.

Новая теория качения [23], созданная автором данной статьи, имеет следующее принципиальное отличие от всех существующих теорий: сила сопротивления и моменты сопротивления качению и верчению — силовые компоненты — определяются не через контактные напряжения, как это принято делать, а через кинематические величины — скорость проскальзывания, угловые скорости качения и верчения. Тем самым в новой теории впервые удалось учесть динамику процесса в пятне контакта между колесом и полотном дороги, не определяя при этом контактные напряжения, т. е. динамика учитывается не напрямую, а косвенным путем и, что существенно, без использования каких-либо эмпирических соотношений. Важно и то, что новая теория строится не на формальной основе, а исходя из качественной стороны описываемых процессов, когда присутствие каждой кинематической величины в формулах для силовых факторов имеет вполне определенный физический смысл. Отпадает необходимость и в применении закона Кулона в дифференциальной форме, что было необходимо в теории поликомпонентного сухого трения [16–18, 21, 22, 24–28] при определении силовых факторов через контактные напряжения.

В новой теории выбран иной, более общий и удобный в применении вид аппроксимации Паде, а определение коэффициентов аппроксимации предусматривается только экспериментальным путем. В данной работе новая качественная теория качения обобщается на случаи криволинейного движения колеса с возможностью верчения, что для наглядности показано на примерах описания моделей [24–28], созданных В.Ф. Журавлевым и Д.М. Климовым для изучения явления шимми в предположении, что силы сухого трения играют здесь определяющую роль. На этих примерах, в частности, показаны основные отличия новой теории от теории поликомпонентного сухого трения. Следует отметить, что проблеме шимми посвящено много работ (см., например, [29–32]) ввиду важности этого вопроса для авиации.

Обобщения новой качественной теории качения колеса. При построении качественной теории качения будем исходить из следующих экспериментальных данных:

✓ В пятне контакта колеса с полотном дороги образуются две зоны: зона сцепления, где точки соприкосновения колеса и дороги по отношению друг к другу неподвижны и в пределах которой колесо совершает качение; зона скольжения, где точки соприкосновения движутся относительно друг друга и в пределах которой колесо совершает проскальзывание [33].

✓ При увеличении движущего или тормозного момента зона проскальзывания увеличивается до тех пор, пока не наступит полное скольжение, а зона сцепления исчезнет [33]; справедливо и обратное.

✓ При качении колеса может наблюдаться псевдоскольжение [6, 7, 33] — когда в зоне сцепления возникают упругие деформации, приводящие к тому, что поступательная скорость центра колеса не равна его окружной скорости; перемещения, возникающие за счет упругой деформации, называются крипом.

✓ При верчении в зоне скольжения возникают и поворотные проскальзывания [6, 7], и поэтому зону скольжения в дальнейшем логичнее называть зоной скольжения – верчения.

В дополнение к перечисленным фактам можно предположить, что на поперечные размеры зоны скольжения – верчения влияет и угловая скорость верчения — чем больше скорость, тем больше должна быть ширина этой зоны и наоборот; продольные размеры для верчения роли не играют. Кроме того, будем иметь в виду следующее: при неизменности общей площади зоны скольжения – верчения увеличение поперечных размеров ведет к уменьшению продольных; справедливо и обратное — увеличение продольных размеров приводит к уменьшению поперечных. Уместно допустить: относительные скорости скольжения в продольном или поперечном направлениях будут тем больше, чем больше соответствующий размер зоны скольжения – верчения; зона сцепления в направлении качения будет расти при увеличении угловой скорости качения колеса (нет места для разгона — нет скорости). Можно предположить, что при верчении, аналогично пвсевдоскольжению, возникает пвсевдоверчение — поворотные перемещения в зоне сцепления, не действительные, а как результат упругих деформаций, происходящих в этой зоне.

Для случая прямолинейного движения колеса без возможности верчения новая теория качения была представлена в работе автора [23]. В данной работе эта теория обобщается на случаи криволинейного движения колеса с возможностью верчения. Как и ранее, будем полагать, что плоскость колеса во время движения остается перпендикулярной к полотну дороги, и будем считать, что при наличии проскальзывания и верчения — одновременно или по отдельности — во время качения будут справедливы следующие гипотезы-предположения:

1. Зона скольжения – верчения может состоять либо одновременно из областей скольжения и верчения, которые по размерам и положению полностью совпадают друг с другом, либо только из одной области скольжения или верчения.

2. Область скольжения растет при увеличении скорости скольжения: увеличение скорости в продольном направлении, по направлению качения, приводит к росту длины этой зоны, а увеличение скорости в поперечном направлении — к росту ее ширины; справедливо и обратное — уменьшение скорости в продольном или поперечном направлении приводит к уменьшению соответственно длины или ширины области скольжения.

3. Область верчения растет при увеличении угловой скорости верчения и наоборот — уменьшается при замедлении верчения.

4. При возрастании угловой скорости верчения происходит увеличение зоны скольжения – верчения в поперечном направлении (продольный размер на верчение не влияет), а при уменьшении — укорочение этой зоны в поперечном направлении.

5. Протяженность зоны сцепления в направлении качения растет при росте угловой скорости качения колеса и наоборот — убывает при уменьшении угловой скорости.

6. Размеры пятна контакта колеса с полотном дороги неизменны, что означает: увеличение зоны скольжения – верчения может происходить только за счет уменьшения зоны сцепления и наоборот — уменьшение зоны скольжения – верчения происходит только при росте зоны сцепления.

7. Справедливость модели сухого трения Кулона для скольжения, качения и верчения, когда они присутствуют по отдельности.

Аналитические выражения для силовых компонент в зависимости от кинематических величин будут записаны с помощью аппроксимации Паде [19], используя качественную сторону процесса качения и сформулированные гипотезы-предположения. Для наилучшей наглядности такие зависимости будут вводиться на примере работы одной из моделей В.Ф. Журавлева – Д.М. Климова (в дальнейшем — модели Ж.–К.), созданных для изучения явления шимми.

Аналитические зависимости для силовых компонент сопротивления качению колеса. Будем рассматривать одну из базовых моделей Ж.–К. для изучения явления шимми [24–26], где силы сухого трения играют определяющую роль (рис. 1). Здесь предполагается, что колесо радиуса R крепится к самолету при помощи вертикальной стойки длиной l, обладающей одинаковой изгибной упругостью p в направлении ортогональных осей x, y и упругостью q на кручение вокруг вертикальной оси z. Скорость самолета при посадке в направлении оси x предполагается постоянной и равной V; при качении, определяемом углом поворота β, считается, что колесо может проскальзывать и совершать верчение вокруг оси z, характеризуемое углом γ. Пятно контакта (рис. 2) имеет две зоны — сцепления (не заштрихована) и скольжения – верчения (заштрихована). Направление пятна контакта определяется направлением качения колеса через угол γ, который устанавливает разворот колеса по отношению к оси x в результате верчения в каждый момент времени (в оригинальной версии модели Ж.–К. предполагалось, что направление качения колеса неизменно и направлено строго по оси x). Направление скорости проскальзывания υ колеса относительно полотна дороги имеет направление, противоположное направлению силы сопротивления качению F_c, и определяется по формуле: $\upsilon = \dfrac{V}{\cos\gamma} - R\dot{\beta}$, причем $\upsilon_x = V - R\dot{\beta}\cos\gamma;$ $\upsilon_y = Vtg\gamma - R\dot{\beta}\sin\gamma$. Здесь и далее точка означает дифференцирование по времени t. Таким образом, для рассматриваемой модели кинематическими величинами будут являться $\upsilon, \dot{\beta}, \dot{\gamma}$ или имеющие одинаковую размерность величины $\upsilon, \varepsilon\dot{\beta}, \varepsilon\dot{\gamma}$, где ε определяет средний радиус пятна контакта.

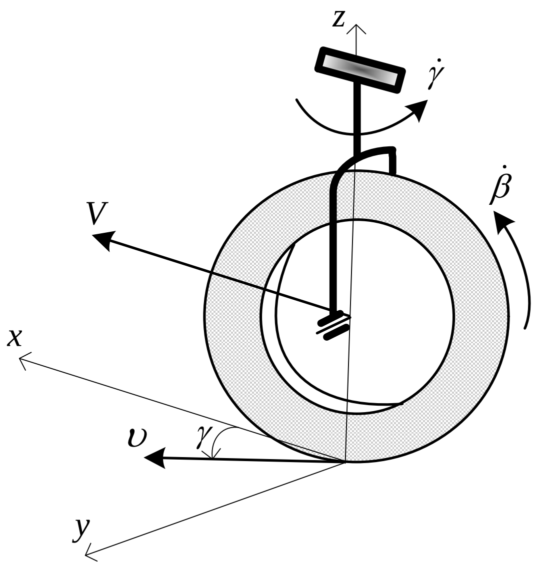

Рис. 1. Модель В.Ф. Журавлева – Д.М. Климова для изучения явления шимми

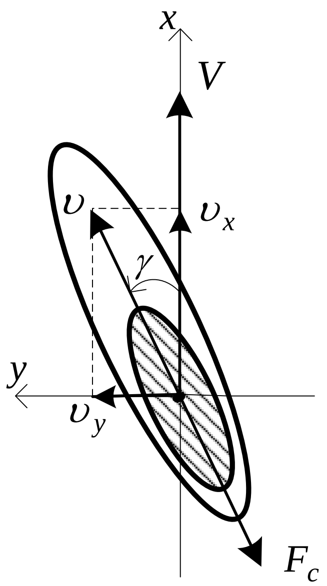

Рис. 2. Пятно контакта между колесом и полотном дороги

Принимая во внимание, что кинематические величины могут менять свой знак, силовые компоненты аналитически можно представить в таком виде:

$$F_c = F_0 \frac{|\upsilon| + \Delta}{|\upsilon| + \kappa\varepsilon|\dot{\gamma}| + b\varepsilon|\dot{\beta}| + \Delta}, \quad F_0 = F_c\big|_{\dot{\beta}\equiv\dot{\gamma}\equiv 0} = fN; \quad (1)$$

$$M_c = M_0 \frac{\varepsilon|\dot{\beta}| + \Delta}{\varepsilon|\dot{\beta}| + \kappa\varepsilon|\dot{\gamma}| + a|\upsilon| + \Delta}, M_0 = M_c\big|_{\dot{\gamma}\equiv\upsilon\equiv 0} = \rho N; (2)$$

$$M_z = M_{z0} \frac{\varepsilon|\dot{\gamma}| + \Delta}{\varepsilon|\dot{\gamma}| + \hat{a}|\upsilon| + \hat{b}\varepsilon|\dot{\beta}| + \Delta}, \quad M_{z0} = M_z\big|_{\upsilon\equiv\dot{\beta}\equiv 0} = F_0 \frac{3\pi\varepsilon}{16}; \quad (3)$$

где $a, b, \kappa, \Delta, \hat{a}, \hat{b}$ – коэффициенты аппроксимации, которые определяются экспериментально; f, ρ – коэффициенты трения соответственно скольжения и качения, которые определяются согласно закону Кулона, справедливость которого предполагается для скольжения, верчения и качения, когда они присутствуют порознь:

$$f = f_0 sign\,\upsilon, \text{ при } \upsilon \neq 0; [-f_1, f_1], \text{ при } \upsilon \equiv 0, \text{ если } \dot{\gamma} \equiv \dot{\beta} \equiv 0;$$

$$f = f_0 sign\,\upsilon, \text{ при } \varepsilon\dot{\gamma} \neq 0; [-f_1, f_1], \text{ при } \varepsilon\dot{\gamma} \equiv 0, \text{ если } \upsilon \equiv \dot{\beta} \equiv 0;$$

$$\rho = \rho_0 sign\,\dot{\beta}, \text{ при } \dot{\beta} \neq 0; [-\rho_1, \rho_1], \text{ при } \dot{\beta} \equiv 0, \text{ если } \upsilon \equiv \dot{\gamma} \equiv 0.$$

Предполагается: $\mu = f_1 / f_0 > 1$; $\hat{\mu} = \rho_1 / \rho_0 > 1$, т. е. считается, что трение скольжения – качения покоя не равно трению скольжения – качения движения. Заметим также, что $|F_0|, |M_0|, |M_{z0}|$ – определяют в выражениях (1) – (3) наибольшие по модулю значения соответственно для силы сопротивления F_c, моментов сопротивления качению M_c и верчению M_z. Приведем качественное обоснование для приведенных формул (1) – (3).

1. Аналитическая зависимость $\frac{|\upsilon| + \Delta}{|\upsilon| + \kappa\varepsilon|\dot{\gamma}| + b\varepsilon|\dot{\beta}| + \Delta}$ в формуле (1) определяет, какая часть от значения $|F_0|$ приходится на силу сопротивления F_c в текущий момент проскальзывания колеса. Качественно эта аналитическая зависимость означает: при росте площади зоны скольжения – верчения будет возрастать по модулю и сила сопротивления F_c, так как при росте площади будет увеличиваться и доля давления, которая приходится на данную зону, от общего давления, передающегося через пятно контакта колеса на дорогу; справедливо будет и обратное. Аналитическую зависимость можно трактовать и как коэффициент, определяющий, какая часть от площади пятна контакта приходится в данный момент на область скольжения. **Здесь следует исправить неточность, допущенную ранее автором в первоначальной версии новой теории качения [23]:** при объяснении аналитической зависимости для силы сопротивления F_c утверждалось, что эта сила согласно закону Кулона не зависит от размеров зоны скольжения. Это утверждение является верным при условии постоянства силы давления, приходящейся на данную зону — что как раз и не выполняется при качении с проскальзыванием, как было отмечено выше. Поэтому для объяснения прямой пропорциональной зависимости силы сопротивления качению от площади зоны проскальзывания не надо привлекать силы крипа, это было лишнее. Итак, если

$\dot\gamma = const$, то при росте υ и уменьшении $\dot\beta$ происходит увеличение протяженности зоны скольжения – верчения в продольном направлении согласно гипотезам 1–6, и значение F_c будет увеличиваться; при уменьшении υ и росте $\dot\beta$ будет наоборот — падение протяженности зоны скольжения – верчения в продольном направлении и F_c будет уменьшаться. Если $\dot\gamma \neq const$, то увеличение $\dot\gamma$ будет вносить поправку, согласно гипотезе 4, в сторону уменьшения F_c, а уменьшение $\dot\gamma$ — наоборот в сторону увеличения. Далее отметим такие частные случаи:

a) при $\dot\gamma \equiv 0$ формула (1) дает аналитическую зависимость для продольной силы трения в случае отсутствия верчения — такой вариант движения рассматривался первоначально в новой теории качения колеса [23]. Это, в частности, означает, что при качении с проскальзыванием продольная сила сопротивления не будет являться постоянной величиной, как это прописано в других теориях, включая и теорию поликомпонентного сухого трения;

b) при $\dot\beta \equiv 0$ формула (1) дает аналитическую зависимость для продольной силы сопротивления F_c в случае отсутствия качения (чистое скольжение с верчением) — аналог продольной силы сопротивления в теории поликомпонентного сухого трения при скольжении с верчением [16];

c) при $\upsilon \equiv 0$ формула (1) дает аналитическую зависимость для продольной силы сопротивления в случае заклинивания проскальзывания (качение с кратковременными остановками, во время которых происходит верчение при отсутствии скольжения);

d) при $\dot\beta \equiv \dot\gamma \equiv 0$ формула (1) будет выражать закон Кулона при чистом скольжении.

Обычно такая сила сопротивления качению либо считается постоянной, либо, как это делается в теории поликомпонентного сухого трения, считается зависимой от υ и $\dot\gamma$ для случаев скольжения с верчением. Итак, согласно формуле (1) сила сопротивления качению F_c должна быть прямо пропорциональна скорости скольжения и обратно — угловым скоростям качения и верчения, так как в этом случае будет возрастать протяженность зоны скольжения – верчения. Сила сопротивления будет расти за счет увеличения силы давления, приходящейся на эту зону, т. е. пропорционально ее площади. Кроме того, здесь учитывается, что увеличение угловой скорости верчения может происходить при увеличении поперечных размеров зоны скольжения – верчения, что должно привести к уменьшению размеров в продольном направлении, т. е. сила сопротивления должна быть обратно пропорциональна и от угловой скорости верчения.

2. В формуле (2) аналитическая зависимость $\dfrac{\varepsilon|\dot\beta| + \Delta}{\varepsilon|\dot\beta| + \kappa\varepsilon|\dot\gamma| + a|\upsilon| + \Delta}$ определяет, какая часть от значения $|M_0|$ приходится на момент сопротивления качению M_c для текущего момента времени качения колеса. Качественно эта аналитическая зависимость означает: при росте площади зоны сцепления будет расти по модулю и момент сопротивления качению M_c, так как возрастание протяженности области сцепления будет увеличивать плечо для пары сил, создающих момент трения качения, а значит, и значение самого момента; справедливо будет и обратное. Аналитическую зависимость можно трактовать и как коэффициент, определяющий, какая часть от площади пятна контакта, приходится в данный момент на зону сцепления. Далее — по аналогии с пунктом 1: если $\dot\gamma = const$, то при росте $\dot\beta$ и уменьшении υ происходит увеличение протяженности зоны сцепления в продольном направлении согласно гипотезам 1–6, и значение M_c будет увеличиваться; при уменьшении $\dot\beta$ и росте υ будет наоборот — падение протяженности зоны сцепления в продольном направлении, и M_c будет уменьшаться. Если $\dot\gamma \neq const$, то увеличение $\dot\gamma$ будет вносить поправку, согласно гипотезе 4, в сторону уменьшения M_c, а уменьшение $\dot\gamma$ — наоборот в сторону увеличения. Отметим случаи:

a) при $\dot\gamma \equiv 0$ формула (2) дает аналитическую зависимость для момента сопротивления качению в случае отсутствия верчения — такой вариант движения рассматривался первоначально в новой теории качения колеса [23]. Это, в частности, означает, что при качении с проскальзыванием момент сопротивления качению не будет являться постоянной величиной, как это прописано в других теориях, включая и теорию поликомпонентного сухого трения;

b) при $\upsilon \equiv 0$ формула (2) дает аналитическую зависимость для момента сопротивления качению M_c в случае отсутствия скольжения (качение с верчением);

c) при $\dot\beta \equiv 0$ формула (2) дает аналитическую зависимость для момента сопротивления качению в случае заклинивания качения (кратковременные остановки качения, во время которых происходит скольжение с верчением);

d) при $\upsilon \equiv \dot\gamma \equiv 0$ формула (2) будет выражать закон Кулона при чистом качении.

Обычно принято считать, что момент трения качения постоянен, включая и случай качения с проскальзыванием. Лишь иногда уточняется значение коэффициента трения качения, например, используя для этого закон Герца [4] и идею того, что качение вызывает деформацию диаграммы распределения нормальных напряжений в контакте [5, 16, 21, 22, 24–26, 28], при этом сама диаграмма считается стационарной. Итак, согласно формуле (2) момент трения сопротивления качению M_c должен быть прямо пропорционален угловой скорости качения и обратно — скорости проскальзывания и угловой скорости верчения, так как в этом случае будет увеличиваться протяженность зоны сцепления в направлении качения.

3. Аналитическая зависимость $\dfrac{\varepsilon|\dot{\gamma}|+\Delta}{\varepsilon|\dot{\gamma}|+\hat{a}|\upsilon|+\hat{b}\varepsilon|\dot{\beta}|+\Delta}$ в формуле (3) определяет, какая часть от значения $|M_{z0}|$ приходится на момент сопротивления верчению M_z для текущего момента времени качения колеса с верчением. Качественно эта аналитическая зависимость означает: при росте площади зоны скольжения – верчения (области верчения) будет возрастать по модулю и момент сопротивления верчению M_z, так как при росте площади, как это уже отмечалось ранее, будет увеличиваться и та доля давления, которая приходится на данную зону, от общего давления, передающегося через пятно контакта колеса на дорогу; справедливо будет и обратное. Аналитическую зависимость можно трактовать и как коэффициент, определяющий, какая часть от площади пятна контакта приходится в данный момент на область верчения. Итак, если $\upsilon = const$, то при росте $\dot{\gamma}$ и уменьшении $\dot{\beta}$ происходит увеличение протяженности зоны скольжения – верчения в поперечном направлении согласно гипотезам 1–6, и значение M_z будет увеличиваться; при уменьшении $\dot{\gamma}$ и росте $\dot{\beta}$ будет наоборот — падение протяженности зоны скольжения – верчения в поперечном направлении, и M_z будет уменьшаться. Если $\upsilon \neq const$, то увеличение υ будет вносить поправку, согласно гипотезе 2, в сторону уменьшения M_z, а уменьшение υ — наоборот, в сторону увеличения. Далее отметим такие частные случаи:

a) при $\dot{\beta} \equiv 0$ формула (3) дает аналитическую зависимость для момента сопротивления верчению в случае отсутствия качения — аналог момента сопротивления в теории поликомпонентного сухого трения при скольжении с верчением [16];

b) при $\upsilon \equiv 0$ формула (3) дает аналитическую зависимость для момента сопротивления верчению в случае качения, при отсутствии скольжения — аналогов для такого момента трения верчения нет;

c) при $\dot{\gamma} \equiv 0$ формула (3) дает аналитическую зависимость для момента сопротивления верчению в случае качения, при заклинивании верчения (качение с кратковременными остановками, во время которых происходит скольжение при отсутствии верчения);

d) при $\dot{\beta} \equiv \upsilon \equiv 0$ формула (3) будет выражать закон Кулона при чистом верчении.

Обычно момент сопротивления верчению считается постоянной величиной, а в теории поликомпонентного сухого трения считается зависимым только от υ и $\dot{\gamma}$. Итак, согласно формуле (3) момент сопротивления верчению M_z должен быть прямо пропорционален угловой скорости верчения и обратно — угловой скорости качения и скорости проскальзывания, так как в этом случае будет возрастать протяженность зоны скольжения – верчения. Момент сопротивления верчению будет расти за счет увеличения силы давления, приходящейся на эту зону, т. е. пропорционально ее площади. Кроме того, здесь учтено: увеличение угловой скорости верчения может происходить при увеличении поперечных размеров зоны скольжения – верчения, что должно привести к уменьшению продольных, т. е. сила сопротивления должна быть обратно пропорциональна и от угловой скорости верчения.

Уравнения движения для первой модели. На основании вышесказанного, для рассматриваемой модели Ж.–К. для изучения явления шимми (рис. 1), вместо системы уравнений (4), приведенных в статьях [24–26] их авторами, следует записать систему (5) согласно новой качественной теории качения (эти системы уравнений, для наглядного сравнения, записаны рядом друг с другом, где, как и ранее, $\upsilon = \dfrac{V}{\cos\gamma} - R\dot{\beta}$):

$$\begin{cases} m\ddot{x} + px = -F_0 \dfrac{V - \dot{\beta}R}{\left|V - \dot{\beta}R\right| + b\varepsilon|\dot{\gamma}|}, \\ m\ddot{y} + py = -F_0 \dfrac{3\pi h\varepsilon^2\dot{\gamma}}{15\pi\left|V - \dot{\beta}R\right| + 32\varepsilon|\dot{\gamma}|}, \\ C\ddot{\beta} = -\dfrac{h\varepsilon^2 N}{5} + RF_0 \dfrac{V - \dot{\beta}R}{\left|V - \dot{\beta}R\right| + b\varepsilon|\dot{\gamma}|}, \\ A\ddot{\gamma} + q\gamma = -M_{z0} \dfrac{\varepsilon\dot{\gamma}}{\varepsilon|\dot{\gamma}| + a\left|V - \dot{\beta}R\right|} + F_0\gamma\dfrac{h\varepsilon^2}{5} + F_0\dfrac{R}{l}y. \end{cases} \tag{4}$$

$$\begin{cases} m\ddot{x} + px = -F_0 \dfrac{|\upsilon| + \Delta}{|\upsilon| + \kappa\varepsilon|\dot{\gamma}| + b\varepsilon|\dot{\beta}| + \Delta} cos\,\gamma, \\ m\ddot{y} + py = -F_0 \dfrac{|\upsilon| + \Delta}{|\upsilon| + \kappa\varepsilon|\dot{\gamma}| + b\varepsilon|\dot{\beta}| + \Delta} sin\,\gamma, \\ C\ddot{\beta} = -M_0 \dfrac{\varepsilon|\dot{\beta}| + \Delta}{\varepsilon|\dot{\beta}| + \kappa\varepsilon|\dot{\gamma}| + a|\upsilon| + \Delta} + \\ \qquad RF_0 \dfrac{|\upsilon| + \Delta}{|\upsilon| + \kappa\varepsilon|\dot{\gamma}| + b\varepsilon|\dot{\beta}| + \Delta}, \\ A\ddot{\gamma} + q\gamma = -M_{z0} \dfrac{\varepsilon|\dot{\gamma}| + \Delta}{\varepsilon|\dot{\gamma}| + \hat{a}|\upsilon| + \hat{b}\varepsilon|\dot{\beta}| + \Delta}. \end{cases} \tag{5}$$

Здесь m — масса колеса; N — вертикальная реакция; C — полярный момент инерции колеса; A— его экваториальный момент инерции; h — коэффициент трения качения с размерностью, обратной размерности длины [24–26]. Сравнение выписанных уравнений (4) и (5) говорит об их больших отличиях друг от друга, даже для случаев при $\gamma \ll 1$, когда $\sin\gamma \approx 0, \cos \approx 1$. Прежде всего отметим отсутствие слагаемых $F_0\gamma\dfrac{h\varepsilon^2}{5}, F_0\dfrac{R}{l}y$ в последнем уравнении системы (5): линия действия силы сопротивления качению, согласно новой теории, проходит через начало координат. А главные отличия заключаются в следующем. Как уже отмечалось, при определении силовых компонент напрямую через контактные напряжения в теории поликомпонентного сухого трения возникает необходимость в использовании стационарных полуэмпирических зависимостей в виде закона Герца, что должно приводить к неточностям в получении окончательных результатов. Такие неточности могут носить и качественный характер, когда аналитические выражения для силовых компонент неправильно учитывают вклад отдельных кинематических величин, их взаимосвязь или даже присутствие или отсутствие отдельной величины. Это, по-видимому, и является основной причиной расхождения в соответствующих формулах и уравнениях при описании одной и той же модели с помощью двух сравниваемых теорий качения. Кроме того, на окончательный вид выражений для силовых компонент влияет и разница в выбранном виде аппроксимации Паде. В новой теории качения используется более общий и удобный в применении вид аппроксимации, позволяющий описывать движение колеса, которое может чередоваться с кратковременными остановками в качении, проскальзывании и верчении — по отдельности или одновременно, в разных сочетаниях. В теории поликомпонентного сухого трения такие кратковременные остановки исключаются ввиду возможных некорректностей математических выражений для силовых компонент при нулевых скоростях, что, в частности, затрудняет проведение численных расчетов. Все это существенно ограничивает возможности применения теории поликомпонентного сухого трения для решения прикладных задач.

Указанные отличия в записанных уравнениях для рассматриваемой модели подрывают веру в истинность теории поликомпонентного трения, и их авторам следует привести соответствующие аргументы для восстановления ее доверия. С другой стороны, я как автор новой теории очень хотел бы надеяться, что приведенные здесь аргументы верны, и качественная теория является правильной. Разумеется, новая теория нуждается в дополнительной проверке в сравнении с экспериментальными данными.

Исследование уравнений (5) проводить не будем, это является сложной математической задачей и выходит за рамки данной статьи.

Уравнения движения для второй модели. В качестве еще одного примера представления новой качественной теории качения рассмотрим другую, более простую модель В.Ф. Журавлева [27] для изучения пвсевдошимми (рис. 3) — автоколебаний ведомого колеса в своей плоскости, возникающих при посадке самолета. Здесь также предполагается, что колесо радиусом R крепится к самолету при помощи вертикальной стойки, обладающей изгибной упругостью p, и во время движения будет оставаться в вертикальной плоскости. Самолет во время посадки движется прямолинейно, с постоянной скоростью V (рис. 3). В качестве обобщенных координат приняты: x — определяет положение центра колеса; $\beta-$ определяет угол поворота колеса вокруг оси, проходящей через центр. Кроме того, предполагается, что на колесо массой m действует сила давления, равная N; C — осевой момент инерции; $\upsilon = V - R\dot{\beta} + \dot{x}$ — определяет скорость проскальзывания колеса относительно полотна дороги. Принимая во внимание, что в данной модели, по сравнению с предыдущей, верчение колеса вокруг вертикальной оси z не учитывается $(\dot{\gamma} \equiv 0)$, то ранее записанные выражения для компонентов сил сопротивления примут вид:

$$F_c = F_0 \frac{|\upsilon| + \Delta}{|\upsilon| + b\varepsilon|\dot{\beta}| + \Delta}, \quad F_0 = F_c\big|_{\dot{\beta}\equiv 0} = fN;$$

$$M_c = M_0 \frac{\varepsilon|\dot{\beta}| + \Delta}{\varepsilon|\dot{\beta}| + a|\upsilon| + \Delta}, \quad M_0 = M_c\big|_{\upsilon\equiv 0} = \rho N;$$

$$M_z \equiv 0.$$

Их качественная интерпретация здесь весьма очевидна, учитывая ранее проведенный анализ введенных аналитических зависимостей для силовых компонент для модели с верчением. Учитывая, что здесь рассматривается прямолинейное движение колеса вдоль оси x, для данной модели из уравнений (5) сразу следует:

$$\begin{cases} m\ddot{x} + px = -F_0 \dfrac{|\upsilon| + \Delta}{|\upsilon| + b\varepsilon|\dot{\beta}| + \Delta}, \\ C\ddot{\beta} = -M_0 \dfrac{\varepsilon|\dot{\beta}| + \Delta}{\varepsilon|\dot{\beta}| + a|\upsilon| + \Delta} + RF_0 \dfrac{|\upsilon| + \Delta}{|\upsilon| + b\varepsilon|\dot{\beta}| + \Delta}. \end{cases} \quad (6)$$

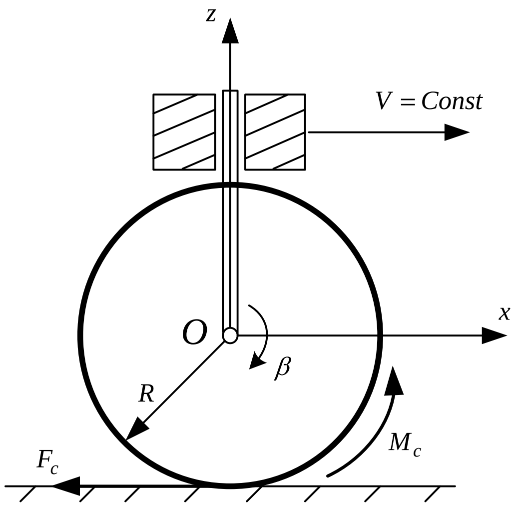

Рис. 3. Упрощенная модель В.Ф. Журавлева для изучения псевдошимми

В отличие от работы [27], опишем движение колеса более подробно, различая случаи чистого качения, чистого скольжения и качения с проскальзыванием — что в рамках теории поликомпонентного сухого трения сделать не удалось бы, в частности из-за другого, менее удобного вида аппроксимации Паде для силовых компонент. В работе [27], в отличие от данной работы, для определения условий возникновения пвсевдошимми использовалась нелинейная характеристика для силы сухого трения в виде разложения в ряд Тейлора, и применялся метод осреднения.

1. В случае чистого качения, когда $\dot{\beta} \neq 0$ *и* $\upsilon \equiv 0$ $(\dot{x} \equiv R\dot{\beta} - V)$, должно выполняться:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = -px - F_c, \quad где\ f \in [-f_1, f_1]; \\ C\ddot{\beta} = RF_c - M_c. \end{cases} \Rightarrow$$

$$qmR^2\ddot{\beta} = -Rpx - \rho_0 N sign\dot{\beta}. \qquad (7)$$

Здесь $q = 1 + \frac{C}{mR^2}$. Окончание режима чистого качения произойдет тогда, когда одновременно: $\dot{\beta} = 0$ *и* $|x| \le \frac{\rho_0 N}{pR}$, в противном случае, когда $\dot{\beta} = 0$ *и* $|x| > \frac{\rho_0 N}{pR}$, произойдет мгновенная смена направления вращения колеса.

Кроме того, чистое качение может перейти в качение с проскальзыванием. Условие отсутствия скольжения:

$$p|x| - fN\frac{1}{k} \equiv 0, \quad где\ f \in [-f_1, f_1].$$

Здесь $k = 1 + \frac{b\varepsilon}{\Delta}|\dot{\beta}|$ — коэффициент динамичности, определяющий влияние угловой скорости качения на силу трения. Проскальзывание начнется тогда, когда:

$$p|x| = f_1 N \frac{1}{k_*} \Rightarrow k_* = \frac{f_1 N}{p|x|} \Rightarrow |\dot{\beta}|_* = \frac{\Delta}{b\varepsilon}\left(\frac{f_1 N}{p|x|} - 1\right),$$

где $k_*, |\dot{\beta}|_*$ – критические значения соответственно для коэффициента динамичности и угловой скорости качения, при которой начнется проскальзывание колеса. Тем самым, получаются следующие кинематические условия для режима чистого качения:

a) при $0 < |\dot{\beta}| < |\dot{\beta}|_*$ – будет чистое качение;

b) при $|\dot{\beta}| \ge |\dot{\beta}|_*$ – будет качение с проскальзыванием;

c) при $\dot{\beta} = 0$ *и* $|x| \le \frac{\rho_0 N}{pR}$ — остановка чистого качения;

d) при $\dot{\beta} = 0$ *и* $|x| > \frac{\rho_0 N}{pR}$ — будет смена направления вращения колеса.

2. В случае чистого скольжения, когда $\dot{\beta} \equiv 0$ *и* $\upsilon \neq 0$ $(\dot{x} \equiv \dot{\upsilon})$, должно выполняться:

$$m\dot{\upsilon} = -px - f_0 N sign\upsilon. \qquad (8)$$

Окончание чистого скольжения произойдет, когда одновременно: $\upsilon = 0$ *и* $|x| \le \frac{f_0 N}{p}$. В противном случае, когда $\upsilon = 0$ *и* $|x| > \frac{f_0 N}{p}$, произойдет лишь мгновенная смена направления проскальзывания. Чистое скольжение может перейти в режим качения с проскальзыванием. Чтобы установить это, запишем условие отсутствия качения:

$$f_0 NR sign\upsilon - \rho N\frac{1}{\hat{k}} = 0 \Rightarrow f_0 R - |\rho|\frac{1}{\hat{k}} = 0,\ где\ \rho \in [-\rho_1, \rho_1].$$

Здесь $\hat{k} = 1 + \frac{a}{\Delta}|\upsilon|$ — коэффициент динамичности, определяющий влияние скорости скольжения на момент трения. Качение начнется, когда:

$$f_0 R = \frac{\rho_1}{\hat{k}_*} \Rightarrow \hat{k}_* = \frac{\rho_1}{f_0 R} \Rightarrow |\upsilon|_* = \frac{\Delta}{a}\left(\frac{\rho_1}{f_0 R} - 1\right),$$

где $\hat{k}_*, |\upsilon|_*$ – критические значения соответственно для коэффициента динамичности и линейной скорости скольжения, при которой начнется качение колеса. В формуле для определения критической скорости скольжения должно выполняться: $\rho_1 > f_0 R$, т. е. трение качения должно превышать трение скольжения, что в реальных случаях может быть крайне редко. Поэтому в большинстве случаев чистое скольжение не может переходить в режим качения с проскальзыванием и заканчивается остановкой. В случае, когда $\rho_1 > f_0 R$, получаются следующие кинематические условия для режима чистого скольжения:

a) при $0 < |\upsilon| < |\upsilon|_*$ – будет чистое скольжение;

b) при $|\upsilon| \ge |\upsilon|_*$ – будет качение с проскальзыванием;

c) при $\upsilon = 0$ *и* $|x| \le \frac{f_0 N}{p}$ — остановка чистого скольжения;

d) при $\upsilon = 0$ *и* $|x| > \frac{f_0 N}{p}$ — будет смена направления скольжения.

Отметим, что условие $\rho_1 > f_0 R$ является необходимым условием перехода из режима чистого скольжения в режим качения с проскальзыванием; в противном случае колесо не сможет выйти из режима чистого скольжения и, согласно уравнению (8), могут возникать автоколебания. Итак, условием возникновения автоколебаний, при котором будет наблюдаться чистое скольжение, является: $\rho_1 \le f_0 R$. При $\rho_1 > f_0 R$, как следует из дальнейших выкладок, тоже могут возникать автоколебания, во время которых будет происходить чередование чистого скольжения и качения с проскальзыванием. Действительно, из записанных ниже уравнений (9) видно, что $\dot{\beta}$ может быстро убывать после входа в режим качения с проскальзыванием, т. е. будет происходить возвращение в режим чистого скольжения, после чего этот цикл снова повторится.

Для сравнения заметим, что ранее В.Ф. Журавлевым в работе [27] с помощью метода осреднения было получено: при $\rho > fR$ будут возникать автоколебания в виде чистого скольжения при полной блокировке колеса. Это сравнение говорит о том, что новая теория дает более полные результаты.

3. Кратковременные остановки колеса, когда $\dot{\beta} \equiv 0$ *и* $\upsilon \equiv 0 \left(\dot{x} \equiv -V\right)$:

$$\begin{cases} p|x| - fN \equiv 0, \quad \text{где } f \in [-f_1, f_1]; \\ fNR - \rho N \equiv 0, \quad \text{где } \rho \in [-\rho_1, \rho_1]. \end{cases} \Rightarrow$$

$$p|x| - \frac{\rho N}{R} = 0 \quad \Rightarrow \quad |x| = \frac{\rho_1 N}{pR}.$$

Последнее равенство определяет условие начала качения после кратковременной остановки.

4. Качение с проскальзыванием, когда $\dot{\beta} \neq 0$ *и* $\upsilon \neq 0 \left(\upsilon = \dot{x} - R\dot{\beta}\right)$:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = -px - f_0 N \dfrac{|\upsilon| + \Delta}{|\upsilon| + b\varepsilon|\dot{\beta}| + \Delta} sign\upsilon; \\ C\ddot{\beta} = f_0 NR \dfrac{|\upsilon| + \Delta}{|\upsilon| + b\varepsilon|\dot{\beta}| + \Delta} sign\upsilon - \rho_0 N \dfrac{\varepsilon|\dot{\beta}| + \Delta}{\varepsilon|\dot{\beta}| + a|\upsilon| + \Delta} sign\dot{\beta}. \end{cases}$$

Откуда следует:

$$\begin{cases} m\dot{\upsilon} = -px - qf_0 N \dfrac{|\upsilon| + \Delta}{|\upsilon| + b\varepsilon|\dot{\beta}| + \Delta} sign\upsilon + \\ \qquad \dfrac{q-1}{R}\rho_0 N \dfrac{\varepsilon|\dot{\beta}| + \Delta}{\varepsilon|\dot{\beta}| + a|\upsilon| + \Delta} sign\dot{\beta}; \\ C\ddot{\beta} = Rf_0 N \dfrac{|\upsilon| + \Delta}{|\upsilon| + b\varepsilon|\dot{\beta}| + \Delta} sign\upsilon - \\ \qquad \rho_0 N \dfrac{\varepsilon|\dot{\beta}| + \Delta}{\varepsilon|\dot{\beta}| + a|\upsilon| + \Delta} sign\dot{\beta}. \end{cases} \tag{9}$$

Окончание проскальзывания, когда выполняется одновременно:

$$\upsilon = 0 \text{ и } |\dot{\beta}| \le \frac{\Delta}{b\varepsilon}\left(\frac{qf_0 N}{p|x| + \dfrac{q-1}{R}\rho_0 N} - 1\right).$$

Окончание качения, когда выполняется одновременно:

$$\dot{\beta} = 0 \text{ и } |\upsilon| \le \frac{\Delta}{a}\left(\frac{\rho_o}{Rf_0} - 1\right).$$

Кратковременная остановка, когда выполняется одновременно:

$$\upsilon = 0 \text{ и } |\dot{\beta}| \le \frac{\Delta}{b\varepsilon}\left(\frac{qf_0 N}{p|x| + \dfrac{q-1}{R}\rho_0 N} - 1\right);$$

$$\dot{\beta} = 0 \text{ и } |\upsilon| \le \frac{\Delta}{a}\left(\frac{\rho_o}{Rf_0} - 1\right).$$

В итоге для описания движения ведомого колеса, получим следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dot{\beta} \equiv 0 \text{ и } \upsilon \equiv 0, \text{при } |x| < \dfrac{\rho_1 N}{pR}; \\ qmR^2\ddot{\beta} = -Rpx - \rho_0 N sign\dot{\beta}, \text{при } \upsilon \equiv 0 \text{ и } 0 < |\dot{\beta}| < |\dot{\beta}|_*; \\ m\dot{\upsilon} = -cx - f_0 N sign\upsilon, \text{при } \dot{\beta} \equiv 0 \text{ и } 0 < |\upsilon| < |\upsilon|_*; \\ \begin{cases} m\dot{\upsilon} = -px - qf_0 N \dfrac{|\upsilon| + \Delta}{|\upsilon| + b\varepsilon|\dot{\beta}| + \Delta} sign\upsilon + \\ \qquad \dfrac{q-1}{R}\rho_0 N \dfrac{\varepsilon|\dot{\beta}| + \Delta}{\varepsilon|\dot{\beta}| + a|\upsilon| + \Delta} sign\dot{\beta}, \\ C\ddot{\beta} = Rf_0 N \dfrac{|\upsilon| + \Delta}{|\upsilon| + b\varepsilon|\dot{\beta}| + \Delta} sign\upsilon - \\ \qquad \rho_0 N \dfrac{\varepsilon|\dot{\beta}| + \Delta}{\varepsilon|\dot{\beta}| + a|\upsilon| + \Delta} sign\dot{\beta}, \text{при } \dot{\beta} \neq 0 \text{ и } \upsilon \neq 0. \end{cases} \end{cases} \tag{10}$$

Отметим также, что и предыдущую модель В.Ф. Журавлева – Д.М. Климова можно описать более подробно, подобно тому, как это было сделано здесь для упрощенной модели. Такое описание, в частности, необходимо для проведения численного моделирования происходящих процессов.

Выводы

1. Изложены основные принципы новой качественной теории качения колеса и ее обобщение.

2. Приведено качественное обоснование задания аналитических выражений для силовых компонент при различных режимах качения колеса.

3. Модели, введенные В.Ф. Журавлевым и Д.М. Климовым для изучения явления шимми, где силы сухого трения играют определяющую роль, рассмотрены с новых качественных позиций: полученные уравнения существенно отличаются от ранее приведенных в работах [24–27] их авторами. Фактически, рассматриваемые модели описаны совершенно по-новому.

4. Приведено сравнение новой качественной теории с теорией поликомпонентного сухого трения применительно к вопросам качения колеса, результаты которого вызывают сомнения в справедливости теории поликомпонентного сухого трения.

5. Получен ряд новых результатов, позволяющих более точно описывать динамику движения колеса:

a) новая формула (1), определяющая зависимость силы сопротивления качению от кинематических величин: сила сопротивления качению F_c должна быть прямо пропорциональна скорости скольжения и обратно — угловым скоростям качения и верчения;

b) новая формула (2), определяющая зависимость момента сопротивления качению от кинематических величин: момент сопротивления качению M_c должен быть прямо пропорционален угловой скорости качения и обратно — скорости проскальзывания и угловой скорости верчения;

c) новая формула (3), определяющая зависимость момента сопротивления верчению от кинематических величин: момент сопротивления верчению M_z должен быть прямо пропорционален угловой скорости верчения и обратно — угловой скорости качения и скорости проскальзывания.

6. Существенно, что приведенная новая теория качения применима для описания движения как жестких колес — например, колес железнодорожного транспорта, так и упругих колес — например, колес автомобильного транспорта. Для колес с разными упругими характеристиками следует использовать в приведенных формулах (1) – (3) свои коэффициенты аппроксимации, определяя их значения экспериментальным путем.

Заключение

Аналитические зависимости (1) – (3) для силовых компонент не вписываются в общепринятые представления о силах сопротивления при качении, а именно — их зависимости от угловых скоростей верчения и качения, скорости проскальзывания. Поэтому вполне естественно возникали сомнения в правильности полученных результатов, несмотря на то, что новая теория качения строится логически строго на основе вполне естественных и правдоподобных предположений-гипотез. Неожиданная поддержка обнаружилась в статье акад. РАН В.В. Козлова [34], где в рамках лагранжевого формализма и на основе построения новой обобщенной феноменологии закона сухого трения подтверждаются такие зависимости для силы трения скольжения и моментов трения качения и верчения. В указанной статье приведены формулы, качественно похожие на приведенные зависимости (1) – (3) от кинематических величин. Интересно заметить, что В.Ф. Журавлев в своей дискуссии с В.В. Козловым [35] назвал новым законом природы то, что «сила трения и момент уменьшаются с увеличением угловой скорости качения» — настолько этот результат, подтвержденный в новой теории качения, казался маловероятным. Следует подчеркнуть, что в новой качественной теории качения, в отличие от работы В.В. Козлова, все результаты были получены в рамках существующих законов механики и имеют ясную физическую интерпретацию.

Литература

1. Кожевников И.Ф. Динамика колес с деформируемой периферией: обзор. М.: Вычисл. центр им. А.А. Дородницына: Рос акад. наук. 2009. С. 53-84.

2. Саркисов П.И., Попов С.Д. Обзор моделей нестационарного качения колеса с упругой шиной по недеформируемому опорному основанию [Электронный ресурс] // Инженерный журнал: наука и инновации, 2013. Вып. 12. URL: http://engjournal.ru/catalog/machin/transport/ 1129.html (дата обращения: 19.11.2017).

3. Голечков Ю.И., Корольков Е.П. О моделях контактного взаимодействия колеса и рельса в динамике транспортных систем // Наука и техника транспорта. 2011. № 3. С. 39-43.

4. Hertz H. Uber die Beruhrung fester elastischer Korper // J. Reine undAngewandte Mathematica l882. Vol. 92. P. 156-171.

5. Svendenius J. Tire Models for Use in Braking Applications // Department of Automatic Control Lund Institute of Technology. Lund, 2003. 95 p.

6. Горячева И.Г. Механика фрикционного взаимодействия. М.: Наука, 2001. 478 с.

7. Джонсон К.Механика контактного взаимодействия. М.: Мир, 1989. 510 с.

8. Carter F.W. On the Stability of Running of Locomotives // Proc. Roy. Soc. London. Ser. A.,1928. Vol.121. P. 585–611.

9. Carter F.W. The electric locomotive // Proc. Inst. Civil Engn. 1916. Vol. 201. P. 221-252.

10. Kalker J.J. Simplified theory of rolling contact // Delft progress report. Series C: Mechanical and aeronautical engineering and shipbuilding. 1973. Vol.1. P. 1-10.

11. Kalker J.J., Piotrowski J. Some new results in rolling contact // Vehicle System Dynamics. 1989. Vol.18. P. 223-242.

12. Kalker J.J. Survey of wheel-rail rolling contact theory //Vehicle system dynamics. 1979. Vol. 5. P. 317-358.

13. Jonson K.L., Vermeulen P.J. Contact of non-spherical bodies transmitting tangential forces // J. of Appl. Mech. 1964. Vol. 31, № 2. P. 339-340; Halling J. Microslip between a rolling element and its track arising from geometric conformity // J. of Mech. Engineering science. 1964. Vol. 6, № 1. P. 64-73.

14. Bakker E., Paceka H.B., Lidner L. A new tyre model with applications in vehicle dynamics studies //4th Autotechnologies Conference, Monte Carlo 1989, SAE Paper 890087, P. 83-95.

15. Левин М.А., Фуфаев Н.А. Теория качения деформируемого колеса. М.: Наука: Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. 272 с.

16. Андронов А.А., Журавлев В.Ф. Сухое трение в задачах механики. М.; Ижевск, НИЦ «Регулярная и хаотичная механика»: Ин-т компьютерных исслед., 2010. 164 с.

17. Журавлев В.Ф. О модели сухого трения в задаче качения твердых тел // Прикладная математика и механика. 1998. Т. 62, Вып. 5. С. 762-767.

18. Журавлёв В.Ф. Закономерности трения при комбинации скольжения и верчения // Изв. Рос. акад. наук. Механика твердого тела. 2003. № 4. С. 81–88.

19. Бейкер Дж. (мл.), Грейс-Моррис П. Аппроксимация Паде: пер. с англ. М.: Мир, 1986. 502 с.

20. Contensou P. Couplage entre frottement de glissement et frottement depivotement dans la theorie de la toupie // Kreiselprobleme Gydrodynamics: ШТАМ Symposium, Celerina. Berlin: Springer, 1963. P. 201-216. (Контенсу П. Связь между трением скольжения и трением верчения и ее учет в теории волчка // Проблемы гироскопии. М.: Мир, 1967. С. 70-77).

21. Киреенков А.А. Связанные модели трения скольжения и качения // ДАН. 2008. Т. 419, № 6. С. 759–762.

22. Киреенков А.А. Связанная модель трения скольжения и качения в динамике тел на шероховатой плоскости // Изв. Рос. акад. наук. Механика твердого тела. 2008. № 3. С. 116–131.

23. Коронатов В.А. Новая теория качения на примере описания движения ведущего колеса локомотива (автомобиля) // Системы. Методы. Технологии. 2017, № 4 (36). С. 78-86.

24. Журавлёв В.Ф., Климов Д.М. О механизме явления шимми // Докл. Рос. акад. наук. 2009. Т. 428, № 6. С. 761–765.

25. Журавлёв В.Ф., Климов Д.М. Теория явления шимми // Изв. Рос. акад. наук. Механика твердого тела. 2010. № 3. С. 22–29.

26. Журавлёв В.Ф., Климов Д.М., Плотников П.К. Новая модель шимми // Изв. Рос. акад. наук. Механика твердого тела. 2013. № 5. С. 13–23.

27. Журавлев В.Ф. О плоских автоколебаниях колеса на консольной подвеске // Изв. Рос. акад. наук. Механика твердого тела. 2012. № 2. С. 3-8.

28. Журавлёв В.Ф. Явление шимми с позиций поликомпонентного сухого трения // Космонавтика и ракетостроение. 2014. № 1 (74). С. 7-14.

29. Гоздек В.С. К постановке задачи о взаимодействии с землей катящегося колеса с упругой шиной при его колеба-

ниях // Докл. Акад. наук СССР. 1969. Т. 186, № 5. С. 1031–1033.

30. Келдыш М.В. Шимми переднего колеса трехколесного шасси // Механика: избр. тр. М., 1985. С. 491–530.

31. Загордан А. А. Современное состояние теории шимми // Труды МАИ. 2011. Т. 47, № 5. С. 249-257.

32. Жаворонок С.И., Загордан А.А. Исследование шимми колеса основной опоры шасси самолета на основе модели поликомпонентного сухого трения // Нелинейный мир. 2011. Т. 9, № 10. С. 646-656.

33. Rynolds O. On rolling friction // Philosophical Transactions of the Royal Society of London. 1876. Vol. 166 (I). P. 155-174.

34. Козлов В.В. Лагранжева механика и сухое трение // Нелинейная динамика. 2010. Т. 6, № 4 . С. 855-868.

35. Журавлев В.Ф. Отклик на работу В.В. Козлова «Лагранжева механика и сухое трение» (НД. 2010. Т. 6, № 4) // Нелинейная динамика. 2011. Т. 7, № 1. С. 147-149.

References

1. Kozhevnikov I.F. D Dynamics of wheels with deformable periphery. Overview. M.: Vychisl. tsentr im. A.A. Dorodnitsyna: Ros akad. nauk. 2009. P. 53-84.

2. Sarkisov P.I., Popov S.D. A review of models of non-stationary rolling of a wheel with an elastic tire on a non-deformable support base [Elektronnyy resurs] // Engineering Journal: Science and Innovation, 2013. Vyp. 12. URL: http://engjournal.ru/catalog/machin/transport/1129.html (data obrashcheniya: 19.11.2017).

3. Golechkov Yu.I., Korol'kov E.P. About models of contact interaction of a wheel and a rail in dynamics of transport systems // Science and Technology in Transport. 2011. № 3. P. 39-43.

4. Hertz H. Uber die Beruhrung fester elastischer Korper // J. Reine undAngewandte Mathematica l882. Vol. 92. P. 156-171.

5. Svendenius J. Tire Models for Use in Braking Applications // Department of Automatic Control Lund Institute of Technology. Lund, 2003. 95 p.

6. Goryacheva I.G. Mechanics of friction interaction. M.: Nauka, 2001. 478 p.

7. Dzhonson K. Mechanics of contact interaction. M.: Mir, 1989. 510 p.

8. Carter F.W. On the Stability of Running of Locomotives // Proc. Roy. Soc. London. Ser. A.,1928. Vol. 121. P. 585-611.

9. Carter F.W. The electric locomotive // Proc. Inst. Civil Engn. 1916. Vol. 201. P. 221-252.

10. Kalker J.J. Simplified theory of rolling contact // Delft progress report. Series C: Mechanical and aeronautical engineering and shipbuilding. 1973. Vol. 1. P. 1-10.

11. Kalker J.J., Piotrowski J. Some new results in rolling contact // Vehicle System Dynamics. 1989. Vol. 18. P. 223-242.

12. Kalker J.J. Survey of wheel-rail rolling contact theory // Vehicle system dynamics. 1979. Vol. 5. P. 317-358.

13. Jonson K.L., Vermeulen P.J. Contact of non-spherical bodies transmitting tangential forces // J. of Appl. Mech. 1964. Vol. 31, № 2. P. 339-340; Halling J. Microslip between a rolling element and its track arising from geometric conformity // J. of Mech. Engineering science. 1964. Vol. 6, № 1. P. 64-73.

14. Bakker E., Paceka H.B., Lidner L. A new tyre model with applications in vehicle dynamics studies // 4th Autotechnologies Conference, Monte Carlo 1989, SAE Paper 890087, P. 83-95.

15. Levin M.A., Fufaev N.A. The theory of rolling of a deformed wheel. M.: Nauka: Gl. red. fiz.-mat. lit., 1989. 272 p.

16. Andronov A.A., Zhuravlev V.F. Dry friction in problems of mechanics. M.; Izhevsk, NITs «Regulyarnaya i khaotichnaya mekhanika»: In-t komp'yuternykh issled., 2010. 164 p.

17. Zhuravlev V.F. On the model of dry friction in the problem of rolling of solids // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. 1998. T. 62, Vyp. 5. P. 762-767.

18. Zhuravlev V.F. Regularities of friction with a combination of sliding and turning // Mechanics of Solids. 2003. № 4. P. 81-88.

19. Beyker Dzh. (ml.), Greys-Morris P. Approximation of Pade: per. s angl. M.: Mir, 1986. 502 p.

20. Contensou P. Couplage entre frottement de glissement et frottement depivotement dans la theorie de la toupie // Kreiselprobleme Gydrodynamics: ShTAM Symposium, Celerina. Berlin: Springer, 1963. P. 201-216. (Kontensu P. Svyaz' mezhdu treniem skol'zheniya i treniem vercheniya i ee uchet v teorii volchka // Problemy giroskopii. M.: Mir, 1967. P. 70-77).

21. Kireenkov A.A. Associated models of friction of sliding and rolling // DAN. 2008. T. 419, № 6. P. 759-762.

22. Kireenkov A.A. Associated model of friction of sliding and rolling in the dynamics of bodies on a rough plane // Mechanics of Solids. 2008. № 3. P. 116-131.

23. Koronatov V.A. A new theory of rolling on the example of the description of the motion of the driving wheel of a locomotive (automobile) // Systems. Methods. Technologies. 2017, № 4 (36). P. 78-86.

24. Zhuravlev V.F., Klimov D.M. On the mechanism of the phenomenon of shimmers // Dokl. Ros. akad. nauk. 2009. T. 428, № 6. P. 761-765.

25. Zhuravlev V.F., Klimov D.M. Theory of the Shimmi phenomenon // Mechanics of Solids. 2010. № 3. P. 22-29.

26. Zhuravlev V.F., Klimov D.M., Plotnikov P.K. A new shimmy model // Mechanics of Solids. 2013. № 5. P. 13-23.

27. Zhuravlev V.F. On flat auto-oscillations of a wheel on a cantilever suspension // Mechanics of Solids. 2012. № 2. P. 3-8.

28. Zhuravlev V.F. The phenomenon of shimmy from the standpoint of multicomponent dry friction // Cosmonautics and rocket engineering. 2014. № 1 (74). P. 7-14.

29. Gozdek V.S. On the formulation of the problem of the interaction with the earth of a rolling wheel with an elastic tire under its oscillations // Dokl. Akad. nauk SSSR. 1969. T. 186, № 5. P. 1031-1033.

30. Keldysh M.V. Shimmy front wheel tricycle chassis // Mekhanika: izbr. tr. M., 1985. P. 491-530.

31. Zagordan A. A. The Current State of the Shimmy Theory // Trudy MAI. 2011. T. 47, № 5. P. 249-257.

32. Zhavoronok S.I., Zagordan A.A. Study of the shimmy wheel of the main support of the aircraft landing gear based on the model of polycomponent dry friction // Nelineynyy mir. 2011. T. 9, № 10. P. 646-656.

33. Rynolds O. On rolling friction // Philosophical Transactions of the Royal Society of London. 1876. Vol. 166 (I). P. 155-174.

34. Kozlov V.V. Lagrangian mechanics and dry friction // Nonlinear dynamics. 2010. T. 6, № 4. P. 855-868.

35. Zhuravlev V.F. The Response to the work of V.V. Kozlov Kozlov << Lagrangian mechanics and dry friction >> (ND. 2010. T. 6, № 4) // Nonlinear dynamics. 2011. T. 7, № 1. P. 147-149.