

Phys., October 1998. Vol. 84, N. 7. P. 3617-3624.

10. Маджумдар А., Бхушан Б. Фрактальная модель упругопластического контакта шероховатых поверхностей // Современное машиностроение. Сер. Б.1991. № 6. С. 11-23.

11. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. М. : Мир, 1989. 510 с.

12. Огар, П. М., Шеремета Р. Н., Лханаг Д. Герметичность металлополимерных стыков шероховатых поверхностей. Братск : БрГУ, 2006. 159 с.

13. Огар, П. М., Горохов Д. Б. Контактное взаимодействие шероховатых поверхностей: фрактальный подход. Братск : БрГУ, 2007. 171 с.

УДК 531.1

Ю.В. Ермошенко

КОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ СТРУКТУРЫ КАК ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ОБРАТНЫЕ СВЯЗИ В ВИБРОЗАЩИТНЫХ СИСТЕМАХ

Предлагается структурный подход к разработке математической модели системы, имеющей в своем составе механическую колебательную цепь. Такая цепь на структурной схеме может рассматриваться, как дополнительная обратная связь с соответствующим упрощением структуры системы в целом.

Ключевые слова: виброзащита, виброзащитная система, структурная схема, передаточная функция, дополнительная обратная связь

В ряде работ [1, 2] развиваются обобщенные подходы к рассмотрению достаточно широкого класса задач вибрационной защиты, мехатроники и ряда других приложений структурной теории механических колебаний. Последнее связано с представлениями о расширении набора типовых элементов в колебательных системах.

Использование в качестве дополнительных элементов механических цепей в виде различных механизмов позволило не только показать работы предшественников в рамках определенной и развивающейся методологической основы, но и определиться с возможными направлениями поисков. Развиваемый автором подход заключается в том, что он позволяет с единых позиций перейти к исследованиям активных виброзащитных систем (ВЗС), в которых дополнительная связь реализуется через управляемые устройства (сервоприводы), использую-

щие энергию внешних источников, что в значительной степени направляет внимание к динамическим процессам взаимодействия составных частей и элементов системы, а это требует дальнейшей разработки методов математического моделирования сложных систем с целью оценки возможности изменения динамического состояния введением различных связей. Конструктивное разнообразие технических средств предполагает различные виды параллельного и последовательного соединения упругих, демпфирующих и иных элементов, что требует детализированного изучения динамических процессов, создания научно обоснованных позиций в разработке инженерных методик проектирования расчета и конструирования систем виброзащиты [3].

I. Дополнительные связи, вводимые в ВЗС, в общем случае, если речь идет о механизмах, представляют собой уст-

ройства для преобразования движения (УПД) с передаточной функцией в виде дробно-рационального выражения. При этом введение пассивных дополнительных связей позволяет реализовать в системе управление по относительному или по абсолютному отклонению. Управление по относительному отклонению с передаточной функцией $W_1^{доп}(p)$ достигается при помощи УПД, которое помещается между источником вибраций и объектом защиты. Управление по абсолютному отклонению с передаточной функцией $W_2^{доп}(p)$ достигается посредством устройства, которое помещается между объектом защиты и неподвижной стойкой (рис. 1).

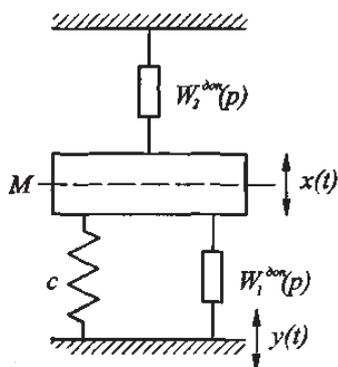


Рис. 1. Расчетная схема ВЗС с дополнительными связями

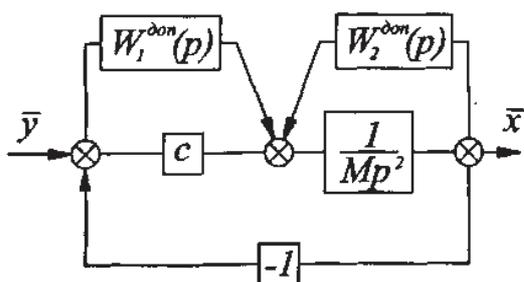


Рис. 2. Структурная схема ВЗС с дополнительными связями

Передаточная функция системы, построенная по структурной схеме, имеет вид (рис. 2):

$$W(p) = \frac{c + W_1^{доп}(p)}{Mp^2 + c + W_1^{доп}(p) + W_2^{доп}(p)}. \quad (1)$$

Рассматриваемый подход к введению пассивных дополнительных связей, как управлению по абсолютному или относительному отклонению, имеет ряд особенностей в случае, когда эти связи реализуются посредством колебательных структур, представляющих собой много-массовую цепочку параллельных комбинаций упругих, демпфирующих и инерционных элементов.

Будем полагать, что в систему на рис. 1 вводится дополнительная связь в виде колебательного контура, который располагается между объектом защиты (ОЗ) массы M и неподвижным основанием (рис. 3). Покажем, что в этом случае в полной мере реализуется принцип управления по абсолютному отклонению.

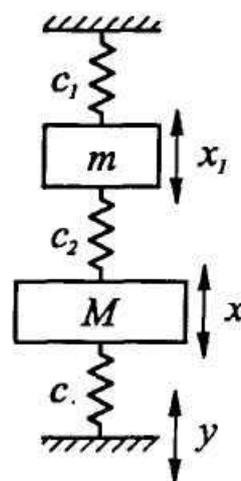


Рис. 3. Расчетная схема ВЗС с колебательной обратной связью по абсолютному отклонению

Уравнения Лагранжа, описывающие движение данной системы, имеют вид:

$$\begin{cases} M\ddot{x} + (c + c_2)x - c_2x_1 = cy, \\ m\ddot{x}_1 + (c_1 + c_2)x_1 - c_2x = 0. \end{cases} \quad (2)$$

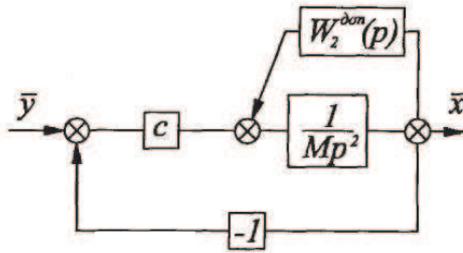


Рис. 4. Структурная схема системы с управлением по абсолютному отклонению.

Запишем систему (2) в изображениях Лапласа

$$\begin{cases} (Mp^2 + c + c_2)\bar{x}(p) - c_2\bar{x}_1(p) = c\bar{y}(p), \\ -c_2\bar{x}(p) + (mp^2 + c_1 + c_2)\bar{x}_1(p) = 0, \end{cases} \quad (3)$$

где $\bar{x}(p) \div x(t), \bar{x}_1(p) \div x_1(p), \bar{y}(p) \div y(t)$. Из системы (3) определим $\bar{x}(p)$ по правилу Крамера [4]:

$$\begin{aligned} \bar{x}(p) &= \frac{\begin{vmatrix} c\bar{y}(p) & -c_2 \\ 0 & mp^2 + c_1 + c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Mp^2 + c + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & mp^2 + c_1 + c_2 \end{vmatrix}} = \\ &= \frac{c(mp^2 + c_1 + c_2)\bar{y}(p)}{(Mp^2 + c + c_2)(mp^2 + c_1 + c_2) - c_2^2} = \\ &= \frac{(mp^2 + c_1 + c_2)c\bar{y}}{(mp^2 + c + c_2)\left[Mp^2 + c + \left(c_2 - \frac{c_2^2}{mp^2 + c_1 + c_2} \right) \right]} = \\ &= \frac{c\bar{y}}{Mp^2 + c + \frac{(mp^2 + c_1)c_2}{mp^2 + c_1 + c_2}}. \end{aligned} \quad (4)$$

Отсюда находим передаточную функцию –

$$\begin{aligned} W_1(p) &= \frac{\bar{x}}{\bar{y}} = \frac{c}{Mp^2 + c + \frac{(mp^2 + c_1)c_2}{mp^2 + c_1 + c_2}} = \\ &= \frac{c}{Mp^2 + c + W_2^{dop}(p)}, \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$W_2^{dop}(p) = \frac{c_2 mp^2}{mp^2 + c_2 + c_1} + \frac{c_2 c_1}{mp^2 + c_2 + c_1}. \quad (6)$$

Отметим, что введение колебательного контура между ОЗ и неподвижным основанием реализует в системе принцип управления по абсолютному отклонению. Структурная схема, соответствующая передаточной функции (5), представлена на рис. 4. В случае управления по абсолютному отклонению введение дополнительной связи может происходить в виде механической цепи, которая представляет собой некоторую колебательную структуру. Под колебательной структурой здесь понимается случай введения цепи классических механических элементов (массоинерционные, демпфирующие, упругие и т. п.), которые создают такие же динамические взаимодействия между элементами, как в обычной колебательной системе.

II. Если колебательная система с одной степенью свободы вводится между ОЗ и подвижным основанием параллельно основной пружине с жесткостью c , то в этом случае мы имеем дело с дополнительной связью, которая реализует управление по относительному отклонению (рис. 5).

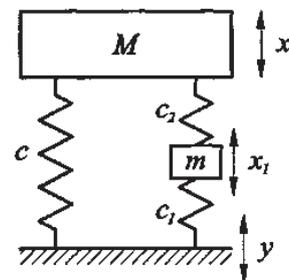


Рис. 5. Расчетная схема ВЗС с колебательной обратной связью по относительному отклонению.

Уравнения Лагранжа, описывающие колебания системы, представленной на рис. 5, имеют вид:

$$\begin{cases} M\ddot{x} + (c + c_2)x - c_2x_1 = cy, \\ m\ddot{x}_1 + (c_1 + c_2)x_1 - c_2x = c_1y. \end{cases} \quad (7)$$

Аналогично ранее рассмотренному случаю, определим передаточную функцию системы:

$$\begin{aligned}
 W_2(p) &= \frac{\bar{x}(p)}{\bar{y}(p)} = \frac{\begin{vmatrix} c & -c_2 \\ c_1 & mp^2 + c_1 + c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Mp^2 + c + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & mp^2 + c_1 + c_2 \end{vmatrix}} = \\
 &= \frac{c(mp^2 + c_1 + c_2) + cc_2}{(Mp^2 + c + c_2)(mp^2 + c_1 + c_2) - c_2^2} = \\
 &= \frac{(mp^2 + c_1 + c_2) \left(c + \frac{c_1 c_2}{mp^2 + c_1 + c_2} \right)}{(mp^2 + c_1 + c_2) \left[Mp^2 + c + \left(c_2 - \frac{c_2^2}{mp^2 + c_1 + c_2} \right) \right]} = \\
 &= \frac{c + \frac{c_1 c_2}{mp^2 + c_1 + c_2}}{Mp^2 + c + \frac{c_1 c_2}{mp^2 + c_1 + c_2} + \frac{mp^2 c_2}{mp^2 + c_1 + c_2}} = \\
 &= \frac{c + W_1^{доп}(p)}{Mp^2 + c + W_1^{доп}(p) + W_2^{доп}(p)}. \quad (8)
 \end{aligned}$$

где

$$W_1^{доп}(p) = \frac{c_1 c_2}{mp^2 + c_1 + c_2}, \quad (9)$$

$$W_2^{доп}(p) = \frac{c_2 mp^2}{mp^2 + c_2 + c_1}. \quad (10)$$

Таким образом, если дополнительная связь представляет собой колебательную структуру, которая вводится между ОЗ и подвижным основанием, то реализация управления по относительному отклонению в этом случае приобретает особенность.

Последнее заключается в том, что появляется дополнительная внутренняя связь по абсолютному отклонению, которая характеризуется наличием в передаточной функции системы (8) дополнительной части – $W_2^{доп}(p)$. Кроме того, если масса, входящая в колебательную структуру, равна нулю $m = 0$, то есть дополнительная связь представляет собой последовательное соединение двух пружин с коэффициентами жесткости c_1 и c_2 , управление формируется только по относительному отклонению и $W_2^{доп}(p) = 0$.

В физическом смысле такие различия связаны с тем, что при кинематическом воздействии на элементы дополнительной связи в виде колебательной структуры будет действовать смещение основа-

ния. Тогда динамическое воздействие на объект защиты будет иметь две составляющие. Первая из них отражает воздействие, вызванное деформацией упругого элемента (см. 9):

$$W_1^{доп}(p) = c_1 \left[\frac{c_2}{mp^2 + c_1 + c_2} \right];$$

вторая – характеризует передачу на объект защиты части силы инерции промежуточной массы m (см. 10):

$$W_2^{доп}(p) = c_2 \left[\frac{mp^2}{mp^2 + c_2 + c_1} \right].$$

Аналогичная ситуация возникает при определении динамической реакции в точке контакта пружины с основанием, когда объект колеблется относительно положения равновесия. В этом случае в составе реакции будет присутствовать также постоянная компонента, равная силе веса ОЗ.

Таким образом, обобщенные динамические связи в форме колебательных структур, в частности, в виде механических упруго-массовых цепочек виброзащитной системы, вводятся по тем же правилам, что и механизмы, типовые звенья и их комбинации. В частности, структура передаточной функции колебательной дополнительной связи может быть определена как частный случай общего подхода.

В целом, можно полагать, что «технология» введения обобщенной динамической связи, определяющая дополнительные цепи в структуре математической модели виброзащитной системы, по существу является методологией разработки и поиска новых конструктивно-технических решений в широком классе задач виброзащиты и виброизоляции машин, оборудования и агрегатов.

Литература

1. Динамический синтез в обобщенных задачах виброзащиты и виброизоляции технических объектов / С. В. Елисеев, Ю.

Н. Резник, А. П. Хоменко, А. А. Засядко. Иркутск : Изд-во ИГУ, 2008. 523 с.

2. Елисеев С. В., Засяцько А. А. Виброзащита и виброизоляция как управление колебаниями объектов // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2004. Вып. 1. С. 26-34.

3. Ермошенко Ю. В., Упырь Ю. В. Особенности взаимодействия в системах

четырёхполюсников // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2007. № 4 (16). С. 21-28.

4. Дружинский И. А. Механические цепи. Л.: Машиностроение, Ленингр.отд-ние, 1977. 238 с.

УДК 625.84:85.068.08

*И.М. Ефремов, К.Н. Фигура**

ПРОЦЕСС РАСПРОСТРАНЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ В УСЛОВИЯХ ПЕРЕМЕШИВАНИЯ СМЕСЕЙ

Разработана математическая модель процесса распространения колебаний в смесях в условиях перемешивания и получена зависимость затухания колебаний частиц смеси.

Ключевые слова: смесь, колебания, перемешивание, роторно-вибрационный смеситель.

В настоящее время для создания смесительных устройств, предназначенных для производства различных строительных материалов, отвечающих современным требованиям, необходимо изучить процессы, возникающие при смешивании. Понимание этих процессов позволит усовершенствовать конструкцию смесителей, увеличить их производительность, снизить энергозатраты на осуществление рабочего процесса, повысить в целом эффективность применения данных устройств на производстве. Одними из наиболее передовых являются устройства, основанные на воздействии вибрационного поля на смесь. Поэтому в данной работе рассматривается вопрос распространения колебаний в смесях в условиях перемешивания.

Для разработки математической модели процесса распространения колебаний в смесях в условиях перемешивания необходимо получить зависимость затухания колебаний частиц смеси.

Затухание колебаний, обусловленное поглощением энергии, происходит вследствие расширения фронта волны и является функцией структурно-реологических свойств среды. Интенсивность затухания зависит также от формы излучателя колебаний и вида совершаемых им колебаний. Общее затухание амплитуды смещения для сред с вязким сопротивлением принято определять по формуле:

$$A_2 = A_1 \cdot \sqrt{\frac{r_1}{r_2}} \cdot e^{-0.5j(r_2-r_1)}, \quad (1)$$

где A_1 и A_2 – амплитуды колебаний смеси на расстоянии соответственно r_1 и r_2 от оси вибратора, j – коэффициент затухания колебаний.

Свойства бетонных смесей при вибрировании характеризуются не только коэффициентом затухания колебаний, но также модулем E объемной упругости и скоростью V распространения волн.