

ритмы диагностики и аппаратно-программное обеспечение автоматизированных систем технического контроля, обслуживания и эксплуатации промышленных объектов.

Литература

1. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решений некорректных задач. М.: Высшая школа, 1974. 224 с.
2. Башарин А. В., Постников Ю. В. Примеры расчета автоматизированного электропривода на ЭВМ. Л.: Энергоатомиздат, Ленингр. отд-ние, 1990. 512 с.

3. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики. М.: Наука, 1980. 534 с.

4. Программа по вторичной идентификации (VtorId v1.00): программа для ЭВМ/ Патрусова А.М., Колтыгин Д.С., Лузгин В.В.Св. №2003612203; зарег. в реестре программ 26.09.2003

5. Программа по Идентификация передаточной функции с запаздыванием (Time-DelayId v.1.00): программа для ЭВМ/ Панасов В.В., Колтыгин Д.С., Лузгин В.В.Св. ГР №2008610406; зарег. В реестре программ 21.01.2008

УДК 519.85

Ю.Н. Алпатов*, А.А. Дриженко

РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО СИНТЕЗА

Рассматривается алгоритм разложения дробного числа, если числитель и знаменатель является нечетными числами. Используя данный алгоритм при технической реализации звеньев, полученных при разложении передаточной функции, возможно представить коэффициенты $\frac{a}{b}$ (a - нечетное число, b - нечетное число) этих звеньев в виде определенной структуры из элементарных звеньев с целочисленными значениями параметров.

Ключевые слова: разложение числа, алгоритм, нечетное число, целочисленные значения, вещественные коэффициенты, элементарные звенья.

Поиск параметров спроектированной структуры, при которых объект будет функционировать при действии всех дестабилизирующих факторов, называется параметрическим синтезом. Другими словами, параметрический синтез заключается в нахождении оптимальных значений параметров для выбранной структуры системы. Задача параметрического синтеза состоит в поиске оптимального вектора выходных параметров при обеспечении \min (\max) целевой функции и соответствующих ограничениях.

Математические методы решения задач оптимального параметрического син-

теза это детерминированные методы линейного программирования.

Под *линейным программированием* понимается раздел теории экстремальных задач, в котором изучаются задачи минимизации (или максимизации) линейных функций на множествах, задаваемых системами линейных равенств и неравенств. В общем случае задача линейного программирования формулируется следующим образом.

Найти вектор $x^* = (x^*_1, \dots, x^*_n)$, определяющий максимум (минимум) линейной форме $f(x) = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$ при ограничениях:

$$\left. \begin{aligned} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n &\leq b_1; \\ \dots &\dots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n &\leq b_m; \\ a_{m+1}x_1 + \dots + a_{m+1,n}x_n &\geq b_{m+1}; \\ \dots &\dots \\ a_kx_1 + \dots + a_{kn}x_n &\geq b_m; \\ a_{k+1}x_1 + \dots + a_{k+1,n}x_n &\geq b_m; \\ a_{m+1}x_1 + \dots + a_{m+1,n}x_n &= b_{m+1}; \\ \dots &\dots \\ a_1x_1 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1; \\ x_i &\geq 0; i = 1, \dots, n. \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} (c, x) &> \max(\min); \\ Ax &= b, \\ x &= 0. \end{aligned} \right\}$$

Здесь $A = (a_{ij}) - (m \times n)$ – матрица условий. Ее столбцы $(a_{1j}, \dots, a_{mj})^T, j = 1, \dots, n$, называются *векторами условий*. Вектор $b = (b_1, \dots, b_m)^T$ носит название *вектора правых частей*, а $c = (c_1, \dots, c_n)$ – *вектора коэффициентов линейной формы*.

Наиболее употребительным и эффективным численным методом решения задач линейного программирования является *симплекс-метод*.

Если полученное решение содержит только положительные элементы, то оно называется *базисным допустимым*. Особенность допустимых базисных решений состоит в том, что они являются крайними точками допустимого множества K_1 расширенной задачи.

Симплекс-метод позволяет переходить от одного допустимого базисного решения к другому, причем так, что значения целевой функции непрерывно возрастают. В результате оптимальное решение находят за конечное число шагов. Алгоритмы симплекс-метода позволяют также установить, является ли задача линейного программирования разрешимой.

Итак, рассмотрим симплекс-метод на примере.

Пусть дана передаточная функция W :

$$W = \frac{0,04S^2 + 0,03S + 0,02}{0,06S^3 + 0,07S^2 + 0,08S + 0,02}$$

С помощью алгоритма Эвклида преобразуем данную функцию в цепную дробь.

$$W = \frac{1}{1,5S + 0,625 + \frac{1}{1,28S + 0,6528 + \frac{1}{2,069S + 0,497}}}$$

Такую функцию можно представить в общем виде:

Каждое из условий-неравенств определяет полупространство, ограниченное гиперплоскостью. Пересечение полупространств образует выпуклый n -мерный многогранник Q . Условия равенства выделяют из n -мерного пространства $(n-1)$ -мерную плоскость, пересечение которой с областью Q дает выпуклый $(n-1)$ -мерный многогранник G . Экстремальное значение линейной формы (если оно существует) достигается в некоторой вершине многогранника. При вырождении оно может достигаться во всех точках ребра или грани многогранника.

В силу изложенного, для решения задачи линейного программирования теоретически достаточно вычислить значения функции в вершинах многогранника и найти среди этих значений наибольшее или наименьшее. Однако в практических задачах количество вершин области G настолько велико, что просмотр их даже с использованием ЭВМ невозможен. Поэтому разработаны специальные численные методы решения задач линейного программирования, которые ориентируются в основном на две формы записи задач. Каноническая форма задачи линейного программирования:

$$\left. \begin{aligned} f(x) = c_1x_1 + \dots + c_nx_n &> \max(\min); \\ a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1; \\ \dots &\dots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n &= b_m; \\ x_i &\geq 0; i = 1, \dots, n. \end{aligned} \right\}$$

или в матричной форме:

$$W = \frac{K_{10}}{T_{11}S + T_{10} + \frac{K_{20}}{T_{21}S + T_{20} + \frac{K_{30}}{T_{31}S + T_{30}}}}$$

На рис. 3.1 представлена структурная схема, соответствующая цепной дроби W.

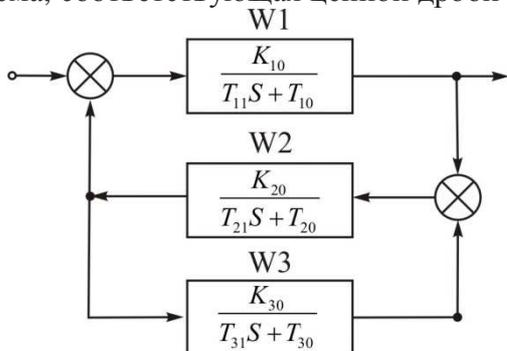


Рис. 3.1. Структурная схема, соответствующая цепной дроби.

Для получения общей передаточной функции схемы выполним ее преобразование. На рис. 3.2 представлена схема преобразования данной структурной схемы.

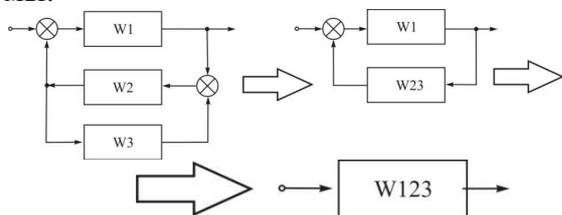


Рис. 3.2. Преобразование структурной схемы.

$$W1 = \frac{K_{10}}{T_{11}S + T_{10}} \quad W2 = \frac{K_{20}}{T_{21}S + T_{20}}$$

$$W3 = \frac{K_{30}}{T_{31}S + T_{30}}$$

$$W23 = \frac{W2}{1 + W2 \cdot W3}$$

$$W123 = W_{\text{общ}} = \frac{W1}{1 + W1 \cdot W23}$$

Результатом преобразования будет передаточная функция $W_{\text{общ}} = \frac{\text{chisl}}{\text{znam}}$, где:
 $\text{chisl} := K1 \cdot T21 \cdot T31 \cdot S^2 + K1 \cdot (T21 \cdot T30 + T20 \cdot T31) \cdot S + K1 \cdot (K2 \cdot K3 + T20 \cdot T30)$

$$\text{znam} := T11 \cdot T21 \cdot T31 \cdot S^3 + (T11 \cdot T21 \cdot T30 + T10 \cdot T21 \cdot T31 + T11 \cdot T20 \cdot T31) \cdot S^2 + (T10 \cdot T21 \cdot T30 + T11 \cdot K2 \cdot K3 + K1 \cdot K2 \cdot T31 + T11 \cdot T20 \cdot T30 + T10 \cdot T20 \cdot T31) \cdot S + T10 \cdot T20 \cdot T30 + T10 \cdot K2 \cdot K3 + K1 \cdot K2 \cdot T30$$

Приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях функций W и Wобщ, получим следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} K1 \cdot T21 \cdot T31 &= 0,04 \\ K1 \cdot (T21 \cdot T30 + T20 \cdot T31) &= 0,03 \\ K1 \cdot (K2 \cdot K3 + T20 \cdot T30) &= 0,02 \\ T11 \cdot T21 \cdot T31 &= 0,06 \\ T11 \cdot T21 \cdot T30 + T10 \cdot T21 \cdot T31 + T11 \cdot T20 \cdot T31 &= 0,07 \\ T10 \cdot T21 \cdot T30 + T11 \cdot K2 \cdot K3 + K1 \cdot K2 \cdot T31 + T11 \cdot T20 \cdot T30 + T10 \cdot T20 \cdot T31 &= 0,08 \\ T10 \cdot T20 \cdot T30 + T10 \cdot K2 \cdot K3 + K1 \cdot K2 \cdot T30 &= 0,02 \\ T11 \cdot T21 \cdot T31 \cdot S^3 + (T11 \cdot T21 \cdot T30 + T10 \cdot T21 \cdot T31 + T11 \cdot T20 \cdot T31) \cdot S^2 + (T10 \cdot T21 \cdot T30 + T11 \cdot K2 \cdot K3 + K1 \cdot K2 \cdot T31 + T11 \cdot T20 \cdot T30 + T10 \cdot T20 \cdot T31) \cdot S + T10 \cdot T20 \cdot T30 + T10 \cdot K2 \cdot K3 + K1 \cdot K2 \cdot T30 &= 0 \end{aligned}$$

Данную систему можно решить с помощью линейного программирования в математическом пакете Mathcad 13. Решения системы в этом случае будут следующие:

$$\begin{aligned} T11 &= 2,956 & T20 &= 145,311 & K10 &= 1,971 \\ T10 &= 1,232 & T31 &= 7,124 \cdot 10^{-5} & K20 &= 222,596 \\ T21 &= 284,923 & T3 &= 1,71 \cdot 10^{-5} & K30 &= 3,443 \cdot 10^{-5} \\ & & S & & &= -19,872 \end{aligned}$$

Проверить правильность данного решения можно с помощью имитационного моделирования. Для этого воспользуемся математическим пакетом Matlab и его приложением Simulink. При моделировании с использованием Simulink реализуется принцип визуального программирования, в соответствии с которым пользователь создает на экране модель устройства из библиотеки стандартных блоков и осуществляет расчеты.

Итак, построим имитационную модель, состоящую из нескольких блоков. Исходная функция представляется в виде

одного блока Transfer Fcn. Цепную дробь реализовать одним блоком невозможно, поэтому представим ее в виде нескольких блоков, связанных обратной связью. Метод такого представления описан в разделе 2.1. На нашей модели это блоки Transfer Fcn1, Transfer Fcn2, Transfer Fcn3, Gain1 и Gain2. На эту группу, реализующую цепную дробь, и на блок с исходной функцией – Transfer Fcn одновременно подается ступенчатый сигнал (блок Step). На выходе полученные сигналы поступают на блок Scope, который в графическом виде отображает графики прохождения сигнала по модели.

На рис. 3.3 представлена имитационная модель исходной функции и ее реализация в виде цепной дроби первого порядка. В блоки Transfer Fcn1, Transfer Fcn2, Transfer Fcn3 подставлены корни системы уравнений.

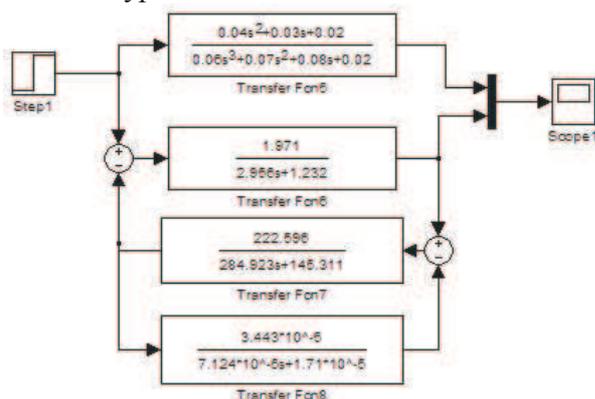


Рис. 3.3. Структурная схема имитационного моделирования.

На рис. 3.4 представлен график, отображающий результаты имитационного моделирования. На графике отображены две кривые, одна соответствует исходной передаточной функции, или блоку Transfer Fcn, другая – группе передаточных функций, или блокам Transfer Fcn1, Transfer Fcn2, Transfer Fcn3.

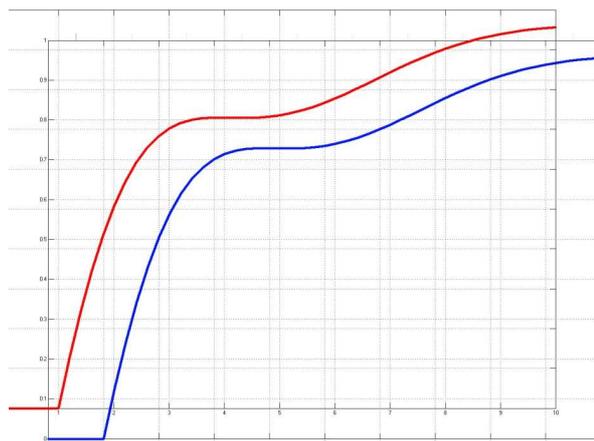


Рис. 3.4. График, отображающий результаты имитационного моделирования.

Видно, что графики идентичны, следовательно, корни системы уравнений найдены верно.

Выводы

Рассмотрены теоретические аспекты параметрического синтеза, такие, как линейное программирование и симплекс-метод.

Приведен пример симплекс-метода. Для проверки результатов проведено имитационное моделирование.

Литература

1. Алпатов Ю.Н. Синтез систем управления методом структурных графов. Иркутск : ИГУ, 1988. 183 с.
2. Фрид Э. Элементарное введение в абстрактную алгебру. М.: Мир, 1979. 260 с.
3. Хованский А. Н. Приложение цепных дробей и их обобщений к вопросам приближенного анализа. М.: Мир, 1973. 368 с.
4. Хинчин Д. Я. Цепные дроби. М.: Наука, 1978. 112 с.
5. Вардер Б. Л. Вандер. Алгебра. М.: Наука, 1979. 280 с.