

**ОБОБЩЕННЫЕ ПОДХОДЫ К ПОСТРОЕНИЮ МАТЕМАТИЧЕСКИХ
МОДЕЛЕЙ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ С Г-ОБРАЗНЫМИ
ДИНАМИЧЕСКИМИ ГАСИТЕЛЯМИ КОЛЕБАНИЙ**

Предлагается обобщенная теория построения Г-образных динамических гасителей колебаний в механических системах, предназначенных для защиты машин и оборудования от вибраций и ударов. Показано, что желаемые эффекты могут быть получены путем формирования в системе соответствующих сочленений, приводящих к уменьшению числа степеней свободы движения системы.

Ключевые слова: виброзащита, виброизоляция, динамические гасители колебаний, рычажные механизмы.

Динамические гасители колебаний достаточно широко используются в технологиях виброзащиты и виброизоляции машин, оборудования и приборов [1]. Особенности Г-образных динамических гасителей колебаний являются конструктивно-технические возможности, допускающие расширение подходов к выбору способов их настройки [2]. В целом, математические модели систем с такими динамическими гасителями достаточно сложны, что предопределяет поиск новых путей построения моделей, в частности, на основе использования идей формирования сочленений [3].

І. В представленной статье рассматривается обобщенная расчетная схема виброзащитной системы с четырьмя степенями свободы при кинематическом

возмущении со стороны основания z_1, z_2 , и z_2 (рис. 1). Верхний каскад соединений предполагает опирание дополнительной массы гасителя m_2 на три упругих опоры с жесткостями k_3, k_4, k_5 . На рис. 1 показаны точки крепления упругих элементов к твердым телам, что определяется значениями $l_1, l_2, l_3, l_4, l_5, l_6$.

Для расчетной схемы на рис. 1 характерно наличие некоторых особенностей в расположении центров тяжести динамического гасителя колебаний и объекта. Объект защиты M , который опирается также на три упругих опоры k_1, k_2, k_3 , имеет, соответственно, три внешних кинематических возмущения со стороны основания z_1, z_2, z_3 .

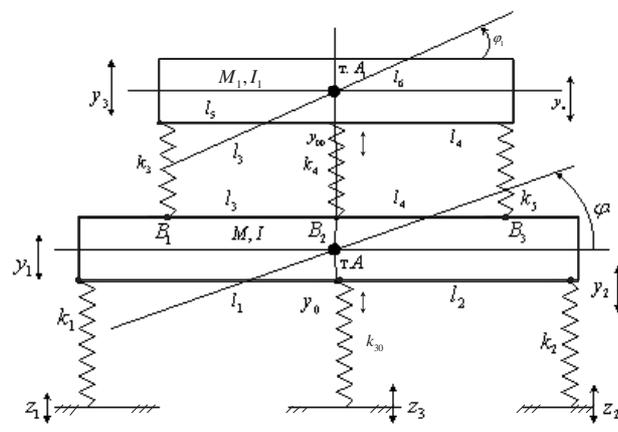


Рис. 1. Расчетная схема виброзащитной системы с Г-образным динамическим гасителем.

* - автор, с которым следует вести переписку.

С учетом обозначений, приведенных на рис. 1, запишем выражения для кинетической и потенциальной энергий

$$T = \frac{1}{2} M \dot{y}_0^2 + \frac{1}{2} I \dot{\Phi}^2 + \frac{1}{2} M_1 \dot{y}_{00}^2 + \frac{1}{2} y_1 \dot{\Phi}_1^2, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{1}{2} k_1 (y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2} k_2 (y_2 - z_2)^2 + \\ & + \frac{1}{2} k_{30} (y_0 - z_3)^2 + \frac{1}{2} k_3 (y_3 - y_{B_1})^2 + \quad (2) \\ & + \frac{1}{2} k_4 (y_{00} - y_0)^2 + \frac{1}{2} k_5 (y_4 - y_{B_3})^2. \end{aligned}$$

В расчетах используются соотношения $y_{B_2} = y_0$, $y_1 = y_0 - l_1 \Phi$, $y_2 = y_0 + l_2 \Phi_2$, $y_{B_1} = y_0 - l_3 \Phi$, $y_{B_3} = y_0 + l_4 \Phi$, $l_3 = B_2 B_1$, $l_4 = B_2 B_3$ (точки B_2 и A совпадают). l_5, l_6 – определяют положение т. A_1 (центр тяжести в теле массой M_1),

$$\begin{aligned} y_0 = a y_1 + b y_2, \quad \Phi = c (y_2 - y_1), \quad a = \frac{l_2}{l_1 + l_2}, \\ b = \frac{l_1}{l_1 + l_2}, \quad y_{00} = a_1 y_3 + b_1 y_4, \quad a_1 = \frac{l_6}{l_5 + l_6}, \\ b_1 = \frac{l_5}{l_5 + l_6}, \quad \Phi_1 = c_1 (y_3 - y_4), \quad c_1 = \frac{1}{l_5 + l_6}. \end{aligned}$$

Преобразуем (1), (2) к виду:

$$\begin{aligned} T = & \frac{1}{2} M (\dot{y}_1 a + b \dot{y}_2)^2 + \frac{1}{2} I c^2 (\dot{y}_2 - \dot{y}_1)^2 + \\ & + \frac{1}{2} M_1 (\dot{y}_3 a_1 + b_1 \dot{y}_4)^2 + \frac{1}{2} I_1 c_1^2 (\dot{y}_4 - \dot{y}_3)^2. \quad (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{1}{2} k_1 (y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2} k_2 (y_2 - z_2)^2 + \\ & + \frac{1}{2} k_{30} (a y_1 + b y_2 - z_3)^2 + \\ & + \frac{1}{2} k_3 [(y_3 - a y_1 - b y_2 + l_3 c (y_2 - y_1))]^2 + \quad (4) \\ & + \frac{1}{2} k_4 (a_1 y_3 + b_1 y_4 - a y_1 - b y_2)^2 + \\ & + \frac{1}{2} k_5 [y_4 - a y_1 - b y_2 - l_4 c (y_2 - y_1)]^2. \end{aligned}$$

Пусть $y_4 = y_1 (a - l_4 c) - y_2 (b + l_4 c)$.

Используя (3), (4) сделаем ряд промежуточных выкладок

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{y}_1} = M a^2 \dot{y}_1 + M a b \dot{y}_2 + I c^2 \dot{y}_1 - I c^2 \dot{y}_2;$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{y}_2} = M b^2 \dot{y}_2 + M a b \dot{y}_1 + I c^2 \dot{y}_2 - I c^2 \dot{y}_1;$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{y}_3} = M_1 a_1^2 \dot{y}_3 + M_1 a_1 b_1 \dot{y}_4 + I_1 c_1^2 \dot{y}_3 - I_1 c_1^2 \dot{y}_4; \quad (5)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{y}_4} = M_1 b_1^2 \dot{y}_4 + M_1 a_1 b_1 \dot{y}_3 + I_1 c_1^2 \dot{y}_4 - I_1 c_1^2 \dot{y}_3.$$

Полагаем, что потенциальная энергия может быть записана

$$\Pi = \Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_3 + \Pi_4 + \Pi_5 + \Pi_6, \quad (6)$$

где $\Pi_1 = \frac{1}{2} k_1 (y_1 - z_1)^2$;

$$\Pi_2 = \frac{1}{2} k_2 (y_2 - z_2)^2;$$

$$\Pi_3 = \frac{1}{2} k_{30} \left(\begin{aligned} & a_3^2 y_1^2 - 2 a_3 b_3 y_1 y_2 + b_3^2 y_2^2 - \\ & - 2 z_3 a_3 y_1 - 2 z_3 b_3 y_2 + z_3^2 \end{aligned} \right);$$

$$\begin{aligned} \Pi_4 = & \frac{1}{2} k_3 [y_2 a_2 - y_1 b_2 + y_3]^2 = \\ = & \frac{1}{2} k_3 \left[\begin{aligned} & y_2^2 a_2^2 - 2 a_2 b_2 y_2 y_1 + \\ & + y_1^2 b_2^2 + 2 y_3 y_2 a_2 - 2 y_3 y_1 b_2 + y_3^2 \end{aligned} \right]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Pi_5 = & \frac{1}{2} k_4 [a_1 y_3 + b_1 y_4 - a y_1 - b y_2]^2 = \\ = & \frac{1}{2} k_4 \left[\begin{aligned} & a_1^2 y_3^2 + 2 a_1 b_1 y_3 y_4 + b_1^2 y_4^2 + a^2 y_1^2 + \\ & + 2 a b y_1 y_2 + b^2 y_2^2 - \\ & - 2 a_1 a y_3 y_1 - 2 a_1 b y_3 y_2 - 2 b_1 a y_4 y_1 - 2 b_1 b y_4 y_2 \end{aligned} \right]. \end{aligned}$$

$$\Pi_6 = \frac{1}{2} k_5 [y_4 - y_1 (a - l_4 c) - y_2 (b + l_4 c)]^2 =$$

$$= \frac{1}{2} k_5 (y_4 - y_1 a_3 - y_2 b_3)^2,$$

$$(a_2 = l_3 c - b; b_2 = a + l_3 c,$$

$$a_3 = b - l_4 c; b_3 = a + l_4 c).$$

Сделаем ряд вспомогательных выкладок:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \dot{y}_1} = k_1 y_1 - k_1 z_1 + k_{30} a^2 y_1 - k_{30} a b y_2 - k_{30} a z_3 + \ddot{y}_1 (Ma^2 + Ic^2) + y_1 (k_1 + k_{30} a^2 + k_3 b_2^2 + k_4 a^2 + k_5 a_3^2) + \ddot{y}_2 (Mab - Ic^2) + y_2 (-k_{30} ab - k_3 a_2 b_2 + k_4 ab + k_5 a_3 b_3) + y_3 (-k_3 b_2 - k_4 a_1 a) + y_4 (-k_4 b_1 a - k_5 a_3) = k_1 z_1 + k_{30} a z_3. \quad (8)$$

$$+ k_3 (-a_2 b_2 y_2 + y_1 b_2^2 - b_2 y_3) + k_4 (a^2 y_1 + a b y_2 - a_1 a y_3 - b_1 a y_4) + k_5 (-a_3 y_4 + y_1 a_3^2 + y_2 a_3 b_3);$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial y_2} = k_2 y_2 - k_2 z_2 + k_{30} (-a b y_1 + b_2^2 y_2 - b z_3 y_2) + k_3 (a^2 y_2 - a_2 b_2 y_1 + y_3 a_2) + k_4 (a b y_1 + b^2 y_2 - a_1 b y_3 - b_1 b y_4) + k_5 (-b_3 y_4 + a_3 b_3 y_1 + y_2 b_3^2); \quad (7)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial y_3} = k_3 (a_2 y_2 - b_2 y_1 + y_3) + \ddot{y}_1 (0) + y_1 (-k_3 b_2 - k_4 a_1 a) + \ddot{y}_2 (0) + y_2 (k_3 a_2 - k_4 a_1 b) + \ddot{y}_3 (M_1 a_1^2 + I_1 c_1^2) + y_3 (k_3 + k_4 a_1^2) + \ddot{y}_4 (M_1 a_1 b_1 - I_1 c_1^2) + y_4 (k_4 a_1 b_1) = 0; \quad (10)$$

$$+ k_4 (a_1^2 y_3 + a_1 b_1 y_4 - a_1 a y_1 - a_1 b y_2); \quad (9)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial y_4} = k_4 (b_1 a_1 y_3 + b_1^2 y_4 - b_1 a y_1 - b_1 b y_2) + \ddot{y}_1 (0) + k_4 (-b_1 a - k_5 a_3) + \ddot{y}_2 (0) + y_2 (-k_4 b_1 b - k_5 b_3) + \ddot{y}_3 (M_1 a_1 b_1 - I_1 c_1^2) + y_3 (k_4 b_1 a) + \ddot{y}_4 (M_1 b^2 + I_1 c_1^2) + y_4 (k_4 b_1^2 + k_5) = 0. \quad (11)$$

$$+ k_5 (y_4 - a_3 y_1 - b_3 y_2).$$

Используя (4)-(7), запишем систему уравнений движения системы в виде

Таблица 1

Коэффициенты уравнений движения (8)-(11) в координатах y_1, y_2, y_3, y_4

a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}
$(Ma^2 + Ic^2)p^2 + k_1 + k_{30}a^2 + k_3b_2^2 + k_4a^2 + k_5a_3^2$	$(Mab + Ic^2)p^2 - k_{30}ab - k_3a_2b_2 + k_4ab + k_5a_3b_3$	$-k_3b_2 - k_4a_1a$	$-k_4b_1a - k_5a_3$
a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{24}
$(Mab + Ic^2)p^2 - k_{30}ab - k_3a_2b_2 + k_4ab + k_5a_3b_3$	$(Mb^2 + Ic^2) + k_2 + k_{30}b_2^2 + k_3a_2^2 + k_4b^2 + k_5b_3^2$	$k_3a_2 - k_4a_1b$	$-k_4b_1b - k_5b_3$
a_{31}	a_{32}	a_{33}	a_{34}
$-k_3b_2 - k_4a_1a$	$k_3a_2 - k_4a_1b$	$(M_1a_1^2 + I_1c_1^2)p^2 + k_3 + k_4a_1^2$	$(Ma_1b_1 - I_1c_1^2)p^2 + k_4a_1b_1$
a_{41}	a_{42}	a_{43}	a_{44}
$-k_4b_1a - k_5a_3$	$-k_4b_1b - k_5b_3$	$(M_1a_1b_1 - I_1c_1^2)p^2 + k_4a_1b_1$	$(M_1b^2 + I_1c_1^2)p^2 + k_5 + k_4b_1^2$
Q_1	Q_2		
$k_1z_1 + k_{30}az_3$	$k_2z_2 + k_{30}bz_3$	0	0

Примечание:

$$a = \frac{l_2}{l_1 + l_2}, b = \frac{l_1}{l_1 + l_2}, c = \frac{1}{l_1 + l_2}, a_1 = \frac{l_6}{l_5 + l_6}, b_1 = \frac{l_5}{l_5 + l_6}, c_1 = \frac{1}{l_5 + l_6}, a_2 = hl_3c - b, b_2 = a + l_3c,$$

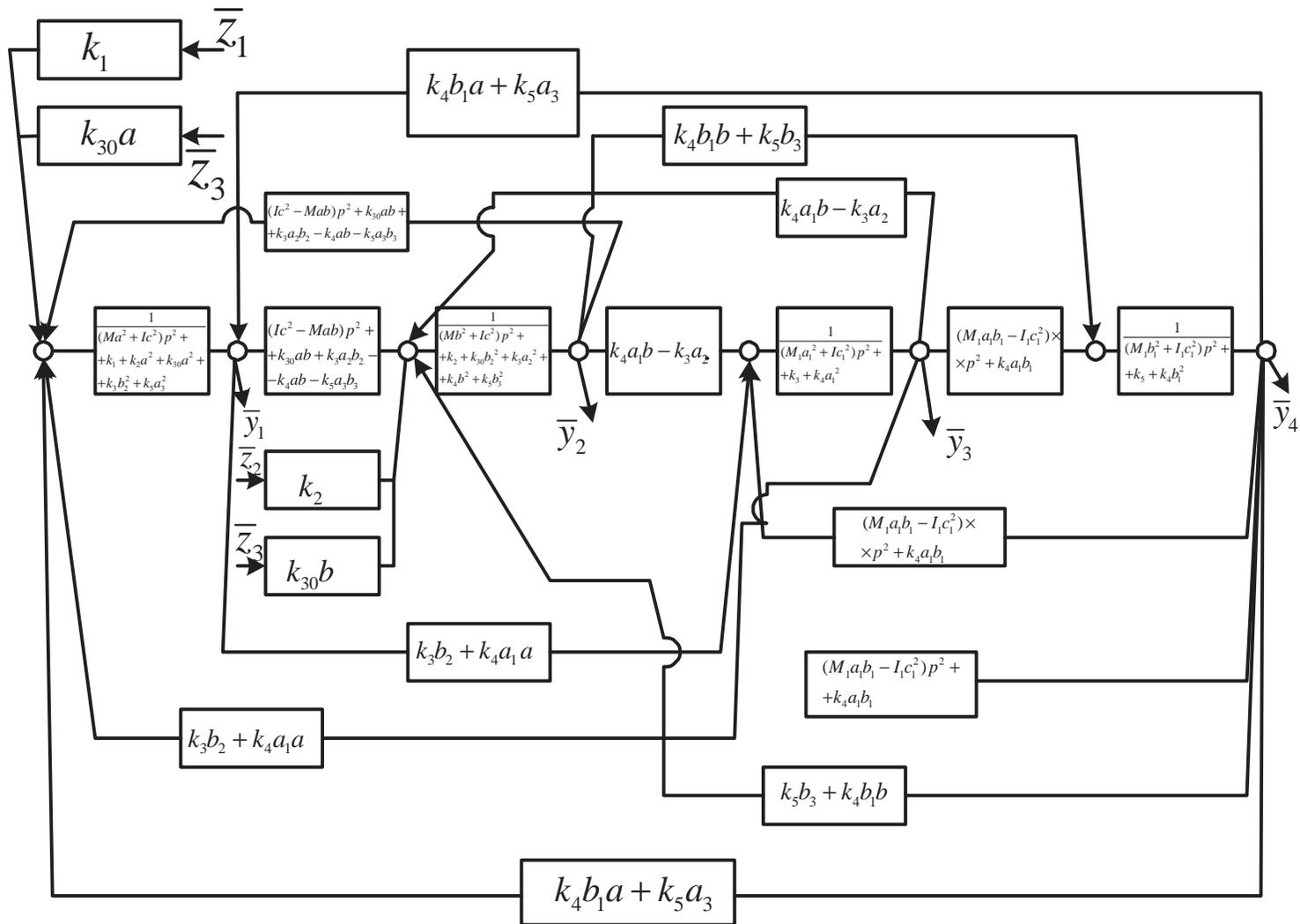


Рис. 2. Структурная схема обобщенной системы с динамическим гасителем колебаний общего вида.

Структурная схема системы (рис. 1) приведена на рис. 2. Отметим, что связи между парциальными системами y_1 и y_2 , так же, как между парциальными системами y_3 и y_4 , носят инерционно-упругий характер. На частотах

$$\omega_{\text{дин.1}}^2 = \frac{k_{30}ab + k_3a_2b_2 - k_4ab - k_5a_3b_3}{Mab - Ic^2}, \quad (12)$$

$$\omega_{\text{дин.2}}^2 = \frac{k_4a_1b_1}{I_1c_1^2 - M_1a_1b_1} \quad (13)$$

связи могут «обнуляться», что вносит свою специфику в систему динамического взаимодействия между парциальными блоками.

Перекрестные связи между y_1, y_4 и y_2, y_3 носят упругий характер. Упругая перекрестная связь $y_2 - y_3$ при выполнении

$$k_4a_1b - k_3a_2 = 0, \quad (14)$$

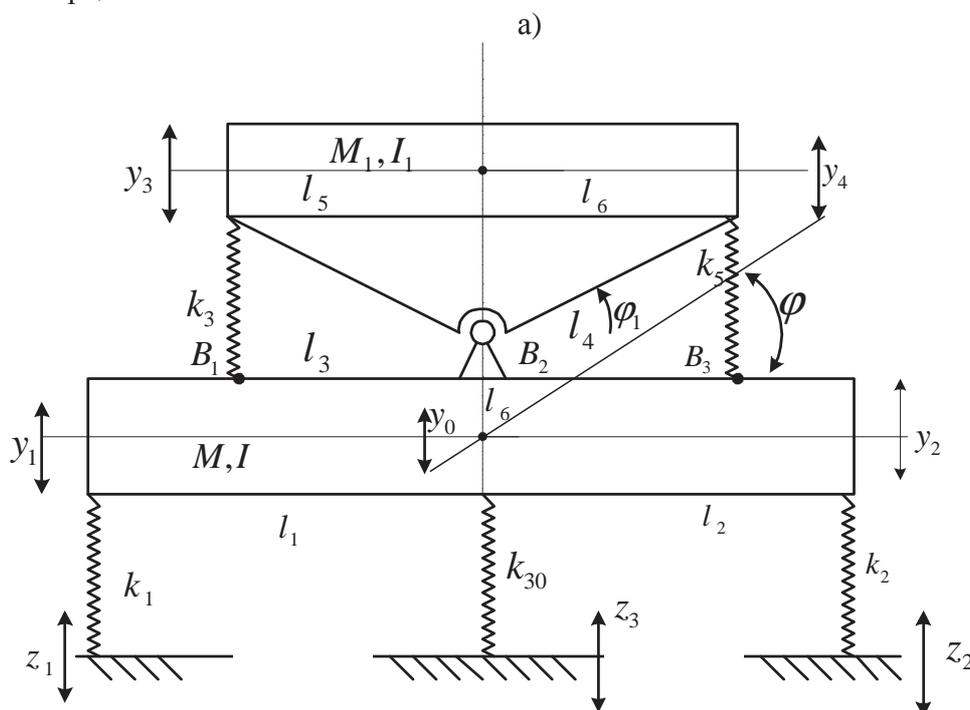
может «обнуляться», что создает условия для соответствующих форм независимого движения парциальных систем. Влияние

условий (12)÷(14) может проявляться и через их одновременное или частичное совпадение.

Передаточные функции системы при заданных значениях внешних кинематических воздействий лучше всего определять по правилам Крамера [4].

Если в системе не вводить сочленений, то в зависимости от вида передаточной функции в ней может возникать в общем случае до трех режимов динамического гашения. При возмущении со стороны основания механическая система будет иметь амплитудно-частотную характеристику обычного вида [5].

Чтобы ввести сочленения, можно полагать, что $k_4 \rightarrow \infty$, тогда расчетная схема на рис. 3 преобразуется к виду, как показано на рис. 3а. При этом схема на рис. 3а соответствует сочленению между массами M и M_1 , а схема на рис. 3б является вариантом сочленения с основанием.



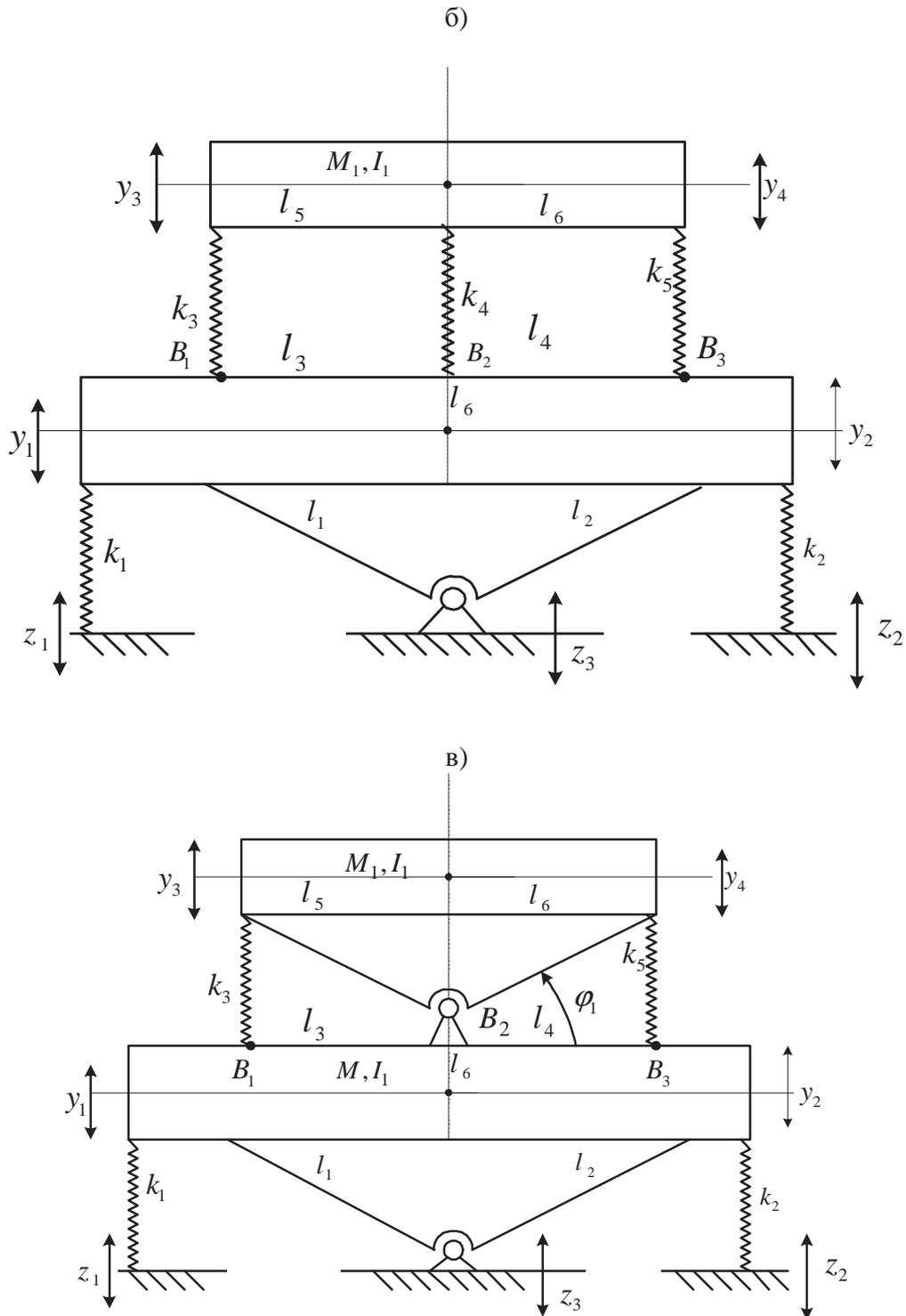


Рис. 3. Расчетная схема для виброзащитной системы с сочленениями:
 а – соответствует сочленению $k_4 \rightarrow \infty$; б – соответствует сочленению $k_{30} \rightarrow \infty$; в – соответствует сочленениям $k_4 \rightarrow \infty$ и $k_{30} \rightarrow \infty$ одновременно.

Возможен и третий вариант, при котором в виброзащитной системе формируется два сочленения (рис. 3в). Для сравнительного анализа возможностей измене-

ния динамических свойств при введении сочленений рассмотрим несколько примеров.

При первом варианте сочленения имеют место соотношения:

$$y_0 = y_{00}, y_1 = y_0 - l_1\Phi, y_2 = y_0 + l_2\Phi, \\ y_{B_1} = y_0 - l_3\Phi, y_{B_3} = y_0 + l_4\Phi, \Phi = c(y_2 - y_1). \quad (15)$$

Запишем выражения для кинетической и потенциальной энергий в виде

$$T = \frac{1}{2}M\dot{y}_0^2 + \frac{1}{2}I\dot{\Phi}^2 + \frac{1}{2}I_1\dot{\Phi}_1, \quad (16)$$

$$\Pi = \frac{1}{2}k_1(y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2}k_2(y_2 - z_2)^2 + \\ + \frac{1}{2}k_{30}(y_0 - z_3)^2 + \frac{1}{2}k_3(y_3 - y_{B_1})^2 + \\ + \frac{1}{2}k_5(y_4 - y_{B_3})^2. \quad (17)$$

Учтем ряд связей между координатами и параметрами

$$\Phi_1 = \frac{y_3 - y_{B_1}}{l_3}, (l_3 = l_5), c_1 = \frac{1}{l_3}. \quad (18)$$

Преобразуем (16), (17) с учетом (15), (18) и найдем, что

$$T = \frac{1}{2}M(a\dot{y}_1 + b\dot{y}_2)^2 + Ic^2(\dot{y}_2 - \dot{y}_1)^2 + \\ + \frac{1}{2}I_1c_1^2[y_3 - a_1\dot{y}_1 - b_1\dot{y}_2]^2, \quad (19)$$

где $b_1 = b - l_3c$, $a_1 = a + l_3c$.

В детализированной форме (19) запишется:

$$T = \frac{1}{2}M(a^2\dot{y}_1^2 + 2ab\dot{y}_1\dot{y}_2 + b^2\dot{y}_2^2) + \\ + \frac{1}{2}Ic^2(\dot{y}_2^2 - 2\dot{y}_1\dot{y}_2 + \dot{y}_1^2) + \\ + \frac{1}{2}I_1c_1^2 \left[\dot{y}_3^2 - 2a_1\dot{y}_1\dot{y}_3 + a_1^2\dot{y}_1^2 - \right. \\ \left. - 2b_1\dot{y}_2\dot{y}_3 + b_1\dot{y}_2a_1\dot{y}_1 + b_1^2\dot{y}_2^2 \right]. \quad (20)$$

В свою очередь, потенциальная энергия определится в виде:

$$\Pi = \frac{1}{2}k_1(y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2}k_2(y_2 - z_2)^2 + \\ + \frac{1}{2}k_{30}(ay_1 + by_2 - z_3)^2 + \\ + \frac{1}{2}k_3[y_3 - ay_1 - by_2 + l_3(y_2 - y_1)c]^2 + \\ + \frac{1}{2}k_5(-\Phi_1 \frac{l_6}{l_5} - y_{B_1})^2. \quad (21)$$

В детализированном виде (21) можно представить как

$$\Pi = \frac{1}{2}k_1(y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2}k_2(y_2 - z_2)^2 + \frac{1}{2}k_{30}(ay_1 + by_2 - \\ - z_3)^2 + \frac{1}{2}k_3[y_3 - ay_1 - by_2 + l_3(y_2 - y_1)c]^2 + \\ + \frac{1}{2}k_5[-\dot{y}_3l_4c_1 + y_1a_3 + y_2b_3]^2$$

или

$$\Pi = \frac{1}{2}k_1(y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2}k_2(y_2 - z_2)^2 + \frac{1}{2}k_{30}(ay_1 + \\ + by_2 - z_3)^2 + \frac{1}{2}k_3(y_3 - a_4y_1 - b_4y_2)^2 + \\ + \frac{1}{2}k_5[-y_3l_4c_1 + y_1a_3 + y_2b_3]^2, \quad (22)$$

где

$$a_4 = a + cl_3, b_4 = b - l_3c, a_3 = l_4c_1a + l_4c_1c - a + l_4c, \\ b_3 = l_4c_1b - l_4c_1c - b - l_4c.$$

Выполним ряд вспомогательных выкладок:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{y}_1} = Ma^2\dot{y}_1 + Mab\dot{y}_2 + Ic^2\dot{y}_1 -$$

$$-Ic^2\dot{y}_2 - I_1c_1^2a_1\dot{y}_3 + I_1c_1a_1b_1\dot{y}_2 + I_1c_1^2a_1^2\dot{y}_1;$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{y}_2} = Mab\dot{y}_1 + Mb^2\dot{y}_2 + Ic^2\dot{y}_2 -$$

$$-Ic^2\dot{y}_1 - I_1c_1^2b_1\dot{y}_3 + I_1c_1^2b_1^2\dot{y}_2 + I_1c_1^2b_1a_1\dot{y}_1;$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{y}_3} = I_1c_1^2\dot{y}_3 - I_1c_1^2a_1\dot{y}_1 + I_1c_1^2b_1\dot{y}_2;$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial y_1} = k_1y_1 - k_1z_1 + k_{30}a^2y_1 + k_{30}aby_2 -$$

$$-k_{30}z_3a + k_3a_4^2y_1 - k_3a_4y_3 - k_3b_4a_4y_2 + \\ + k_5a_3^2y_1 - k_5a_3l_4c_1y_3 + k_5b_2a_3y_2;$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial y_2} = k_2y_2 - k_2z_2 + k_{30}b^2y_2 + k_{30}aby_1 -$$

$$-k_{30}z_3b + k_3b_4^2y_2 - k_3b_4y_3 + k_3b_4a_4y_1 + \\ + k_5b_3\dot{y}_2^2 + k_5b_3a_3^3y_1 - k_3l_4c_1b_3y_3;$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial y_3} = k_5y_3 - k_3a_4y_1 - k_3b_4y_2 + k_5(l_4c_1)^2y_3 -$$

$$-k_5l_4c_1a_3y_1 - k_3b_3l_4c_1y_2.$$

Используя (20)-(22') и известные приемы составления уравнений движения [6],

можно получить систему дифференциальных уравнений движения системы.

Таблица 2

Коэффициенты уравнений системы (рис. 3а) в системе координат y_1, y_2, y_3

a_{11}	a_{12}	a_{13}
$(Ma^2 + Ic^2 + I_1c_1^2a_1^2)p^2 + k_1 + k_{30}a_1^2 + k_5a_3^2$	$(Mab - Ic^2 + I_1c_1a_1b_1)p^2 + k_{30}ab + k_3a_4b_4 + k_5b_3a_3$	$(-I_1c_1^2a_1)p^2 - k_3a_4 - k_5a_3l_4c_1$
a_{21}	a_{22}	a_{23}
$(Mab - Ic^2 + I_1c_1a_1b_1)p^2 + k_{30}ab + k_3a_4b_4 + k_5b_3a_3$	$(Mb^2 + Ic^2 + I_1c_1^2b_1^2)p^2 + k_2 + k_{30}b^2 + k_3b_4^2 + k_5b_3^2$	$(-I_1c_1^2b_1)p^2 - k_3b_4 - k_3l_4c_1b_3$
a_{31}	a_{32}	a_{33}
$(-I_1c_1^2a_1)p^2 - k_3a_4 - k_5a_3l_4c_1$	$(-I_1c_1^2b_1)p^2 - k_3b_4 - k_3l_4c_1b_3$	$(I_1c_1^2)p^2 + k_5 + k_5(l_4c_1)^2$
Q_1	Q_2	Q_3
$k_1z_1 + k_{30}az_3$	$k_2z_2 + k_{30}bz_3$	0

Примечание: в расчетах приняты следующие обозначения:

$$a = \frac{l_2}{l_1 + l_2}, b = \frac{l_1}{l_1 + l_2}, c = \frac{1}{l_1 + l_2}, c_1 = \frac{1}{l_3}, a_1 = a + l_3c, b_1 = b - l_3c, a_3 = b_4c_1a + l_4c_1c - a + l_4c,$$

$$b_3 = l_4c_1b - l_4c_1c - b - l_4c, a_4 = a + l_3c, b_4 = b - l_3c.$$

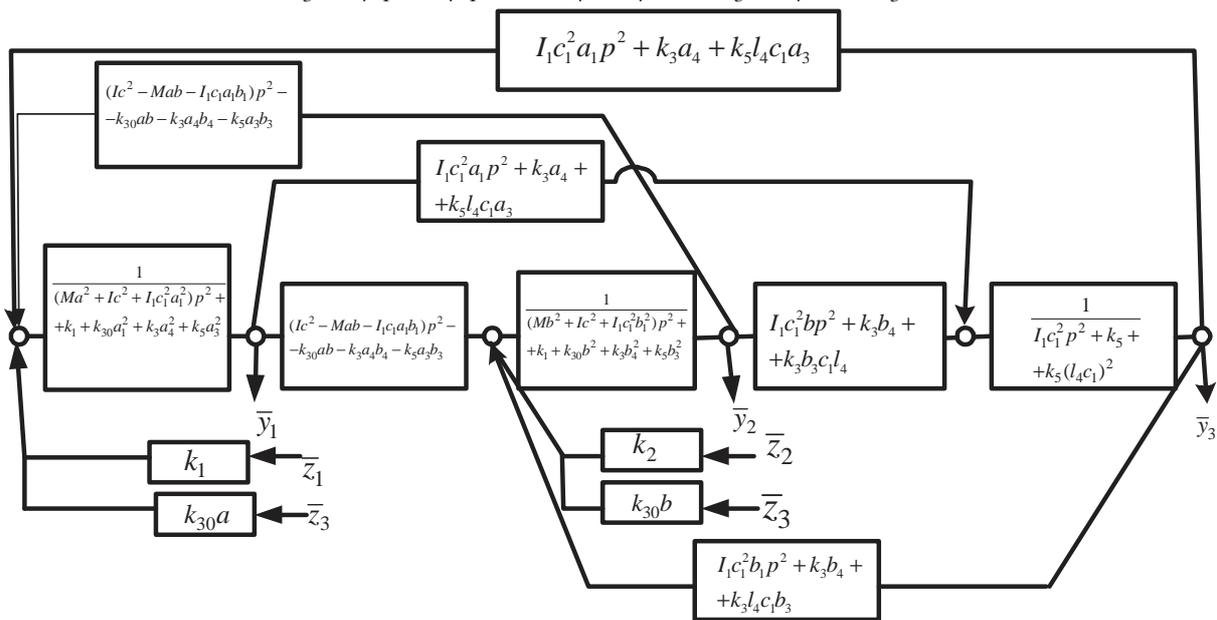


Рис. 4. Структурная схема системы с сочленением по варианту на рис. 3а.

В таблице 2 представлены коэффициенты уравнений движения в системе координат y_1, y_2, y_3 для случая, приведенного на рис. 3а. Для вывода уравнений используются выражения (19)÷(22).

Структурная схема системы (рис. 3а) приведена на рис. 4. Особенностью системы является наличие упруго-инерционных связей, которые объединяют в динамическом взаимодействии три парциальные системы. При определенных условиях

связи между парциальными системами могут становиться равными нулю:

связь между парциальными системами y_1, y_2 –

$$\omega_{1 \text{ дин}}^2 = \frac{k_{30}ab + k_3a_4b_4 + k_5a_3b_3}{Ic^2 - Mab - I_1c_1a_1b_1}; \quad (23)$$

связь между парциальными системами y_2 и y_3 –

$$\omega_{2 \text{ дин}}^2 = \frac{k_3b_4 + k_3c_1l_4b_3}{I_1c_1^2b_1}; \quad (24)$$

связь между парциальными системами y_1 и y_3 –

$$\omega_{3 \text{ дин}}^2 = \frac{k_3a_4 + k_5c_1l_4a_3}{I_1c_1^2a_1}. \quad (25)$$

При «обнулении» перекрестных связей система приобретает возможности движения, при котором парциальные системы не влияют друг на друга. Наибольший интерес представляет ситуация, когда выражения (23)–(25) могут оказаться одновременно равными между собой.

Используя правила Крамера [4], найдем (при $z_1 = z_2 = z_3$), что

$$W_1(p) = \frac{\bar{y}_1}{\bar{z}} = \frac{(k_1 + k_{30}a)(a_{22}a_{23} - a_{23}^2) + \dots}{A} \dots \quad (26)$$

$$\dots \frac{+(k_2 + k_{30}b)(a_{13}a_{32} - a_{12}a_{33})}{\dots},$$

$$W_2(p) = \frac{\bar{y}_2}{\bar{z}} = \frac{(k_1 + k_{30}a)(a_{23}a_{31} - a_{21}a_{33}) + \dots}{A} \dots \quad (27)$$

$$\dots \frac{+(k_2 + k_{30}b)(a_{11}a_{33} - a_{13}^2)}{\dots},$$

$$W_3(p) = \frac{\bar{y}_3}{\bar{z}} = \frac{(k_1 + k_{30}a)(a_{21}a_{32} - a_{22}a_{31}) + \dots}{A} \dots \quad (28)$$

$$\dots \frac{+(k_2 + k_{30}b)(a_{12}a_{31} - a_{11}a_{32})}{\dots},$$

где
$$A = a_{11}a_{22}a_{33} - a_{11}a_{23}^2 + a_{12}a_{23}a_{31} - a_{33}a_{12}^2 - a_{13}a_{21}a_{32} - a_{22}a_{13}^2 \quad (29)$$

является характеристическим уравнением системы.

Из выражений (25')–(25''') с учетом данных из таблицы 2 можно определить частотные уравнения числителей соответствующих передаточных функций. Все

уравнения в силу специфики коэффициентов таблицы 2 будут биквадратными, что позволяет по каждой из координат найти частоты динамического гашения. Такие выражения будут отличаться от (23)–(25), поскольку последние отражают лишь свойства взаимодействия между парциальными системами, тогда как (26)–(27) связаны с представлениями об отсутствии перемещений по выбранной координате в режиме динамического гашения. В общем случае можно предполагать, что при определенном выборе параметров выполняются условия $\bar{y}_2 - \bar{y}_1 = 0$, что соответствует некоторой форме самоорганизации движения при вибрациях основания, когда объект защиты совершает колебания синхронно по координатам y_1 и y_2 , а угловые колебания вокруг центра тяжести объекта отсутствуют. Отметим, что все предполагаемые виды движений возможны лишь при очень малых силах сопротивления или их отсутствии.

Если от системы координат y_1, y_2, y_3 перейти к системе координат y_0, φ и y_3 , то при одновременном выполнении условий $\bar{y}_0 = 0, \bar{\varphi} = 0$ можно ожидать специфического режима динамического гашения колебаний, при котором объект защиты как плоское твердое тело будет находиться в неподвижном состоянии. Такой режим динамического гашения можно отнести к специфичным формам самоорганизации движения. Особенности таких режимов рассмотрены в работе [7].

II. Введение сочленений приводит к уменьшению общего числа степеней свободы по отношению к исходной системе (рис. 1); вместе с тем, в виброзащитной системе могут появляться специфичные режимы динамического взаимодействия ее массоинерционных элементов.

Рассмотрим вариант сочленений по схеме на рис. 3в. Запишем выражения для кинетической энергии:

$$T = \frac{1}{2} I \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} I_1 \dot{\varphi}_1^2. \quad (30)$$

Введем ряд соотношений

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= \frac{y_3 - y_{B_1}}{l_3}; \quad y_{B_1} = y_3 - l_3 \Phi_1; \\ \frac{y_1 + z_3}{l_1} &= \Phi, \quad \Phi = \frac{[(y_3 + z_3) - y_{B_1}]}{l_3}. \end{aligned} \quad (31)$$

Выражение для потенциальной энергии системы имеет вид

$$\begin{aligned} \Pi &= \frac{1}{2} k_1 (y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2} k_2 (y_2 - z_2)^2 + \\ &+ \frac{1}{2} k_3 (y_3 - y_{B_1})^2 + \frac{1}{2} k_4 (y_4 - y_{B_3})^2. \end{aligned} \quad (32)$$

Преобразуем (30) с учетом (25), (31)

$$T = \frac{1}{2} I \left(\frac{\dot{y}_1 + \dot{z}_3}{l_1^2} \right)^2 + \frac{1}{2} I_1 \left(\frac{\dot{y}_3 - \dot{y}_{B_1}}{l_3^2} \right)^2; \quad (33)$$

где $y_{B_1} = \Phi l_3 = \frac{y_1 + z_3}{l_1} l_3$,

тогда

$$T = \frac{1}{2} I c^2 (\dot{y}_1 + \dot{z}_3)^2 + \frac{1}{2} I_1 c_1^2 \left(\dot{y}_3 - \frac{l_3}{l_1} (\dot{y}_1 + \dot{z}_3) \right)^2;$$

при этом

$$c = \frac{1}{l_1}, \quad c_1 = \frac{1}{l_3}. \quad (34)$$

Запишем (34) в развернутом виде

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} I c^2 (\dot{y}_1^2 + 2 \dot{y}_1 \dot{z}_3 + \dot{z}_3^2) + \\ &+ \frac{1}{2} I_1 c_1^2 (\dot{y}_3 - a \dot{y}_1 - b \dot{z}_3)^2 \end{aligned} \quad (35)$$

и сделаем ряд промежуточных выкладок

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \dot{y}_1} &= I c^2 \dot{y}_1 - I c^2 \dot{z}_3 + \\ &+ I_1 c_1^2 a^2 \dot{y}_1 - I_1 c_1^2 a \dot{y}_3 + I_1 c_1^2 b z_3, \\ \text{где } a &= \frac{l_3}{l_1}, \quad a = b, \quad y_{B_1} = l_3 \Phi = \frac{l_3}{l_1} (y_1 + z_3); \\ \frac{\partial T}{\partial \dot{y}_2} &= \dot{y}_1 (I c^2 + I_1 c_1^2 a^2) + \\ &+ \dot{z}_3 (-I c^2 + I_1 c_1^2 a) - I_1 c_1^2 a \dot{y}_3; \\ \frac{\partial T}{\partial \dot{y}_3} &= I_1 c_1^2 \dot{y}_3 - I_1 c_1^2 a \dot{y}_1 - I_1 c_1^2 a \dot{z}_3. \end{aligned}$$

Преобразуем выражение (32) к виду:

$$\begin{aligned} \Pi &= \frac{1}{2} k_1 (y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2} k_2 \left[-\frac{l_2}{l_1} (y_1 + z_3) - z^2 \right]^2 + \\ &+ \frac{1}{2} k_3 \left[y_3 - \frac{l_3}{l_1} (y_1 + z_3) \right]^2 + \\ &+ \frac{1}{2} k_4 \left[-\frac{l_4}{l_3} (y_3 + z_3) - \frac{l_3}{l_1} (y_1 + z_3) - y_{B_3} \right]^2. \end{aligned} \quad (36)$$

Примем, что $y_{B_3} = l_4 \Phi = -\frac{l_4}{l_1} (y_1 + z_3)$;

$$a_2 = \frac{l_4}{l_1}, \quad a = \frac{l_3}{l_1}, \quad b_1 = \frac{l_4}{l_3}, \quad a_1 = \frac{l_2}{l_1}.$$

Тогда выражение (36) можно записать

$$\begin{aligned} \Pi &= \frac{1}{2} k_1 (y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2} k_2 [-a_1 (y_1 + z_3) - z^2]^2 + \\ &+ \frac{1}{2} k_3 [y_3 - a (y_1 + z_3)]^2 + \end{aligned} \quad (37)$$

$$+ \frac{1}{2} k_4 [-b_1 [(y_3 + z_3) - a (y_1 + z_3)] + a_2 (y_1 + z_3)]^2.$$

Представим (37) в виде

$$\begin{aligned} \Pi &= \frac{1}{2} k_1 (y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2} k_2 (-a_1 y_1 - a_1 z_3 - z_2)^2 + \\ &+ \frac{1}{2} k_3 (y_3 - a y_1 - a z_3)^2 + \end{aligned} \quad (38)$$

$$+ \frac{1}{2} k_4 [y(-b_1) - z_3(b_1 + a - a_2) + y_1(-a + a_2)]^2.$$

Пусть $b_1 + a - a_2 = a_3$, $b_3 = -a + a_2$, тогда (38) преобразуется:

$$\begin{aligned} \Pi &= \frac{1}{2} k_1 (y_1 + z_3 - z_1)^2 + \frac{1}{2} k_2 (-a_1 y_1 - a_1 z_3 - z_2)^2 + \\ &+ \frac{1}{2} k_3 (y_3 - a y_1 - a z_3)^2 + \frac{1}{2} k_4 [(-b_1 y_3 - a_3 z_3) + y_1 b_3]^2. \end{aligned} \quad (39)$$

Произведем ряд вспомогательных выкладок

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi}{\partial y_1} &= k_1 y_1 - k_1 (z_3 - z_1) + k_2 a_1^2 y_1 - k_2 a_1 (z_2 + z_3) + k_3 a^2 y_1 - \\ &- k_3 a y_3 + k_3 a z_3 + k_4 b_3^2 y_1 - k_4 b_3 b_1 y_3 - k_4 a_3 b_3 z_3; \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial y_3} = k_3 y_3 - k_3 a y_1 - k_3 a z_3 + k_4 b_1^2 y_3 +$$

$$+ k_4 a_3 z_3 - k_4 b_1 b_3 y_1.$$

С учетом (28), (34), (35), (39) уравнение движения можно представить в виде

$$\begin{aligned} \ddot{y}_1 (I c^2 + I_1 c_1^2 a^2) &+ y_3 (-I c^2 + I_1 c_1^2 b) + \\ &+ k_1 y_1 + k_2 a_1^2 y_1 + k_3 a^2 y_1 + k_4 b_3^2 y_1 + \\ &+ y_3 (-k_3 a_4 - k_4 b_3 b_1 + k_1 z_3 - k_1 z_1 - \\ &- k_2 a_1 z_2 - k_2 a_1 z_3 + k_3 a z_3 - k_4 a_3 b_3 z) = 0; \end{aligned} \quad (40)$$

$$\ddot{y}_1(-I_1c_1^2a) + \ddot{y}_3(I_1c_1^2) - I_1c_1^2a\ddot{z}_3 + y_1(-k_3a - k_4b_1b_3) + y_3(k_3 + k_4b_1^2) + z_3(-k_3a + k_4a_3) = 0.$$

Таблица 3

Коэффициенты уравнений (39), (40) в координатах y_1, y_3

a_{11}	a_{12}
$(Ic^2 + I_1c_1^2a^2)p^2 + k_1 + k_2a_1^2 + k_3a^2 + k_4b_3^2$	$(-I_1c_1^2a)p^2 - k_3a - k_4a - k_4b_3b_1$
a_{21}	a_{22}
$(-I_1c_1^2a)p^2 - k_3a - k_3a - k_4b_3b_1$	$I_1c_1^2p^2 + k_3 + k_4b_1^2$
Q_1	Q_2
$(Ic^2 + I_1c_1^2b)p^2z_3 - k_1z_3 + k_1z_1 + k_2a_1(z_2 + z_3) - k_3az_3 + k_4a_3b_3z_3$	$I_1c_1^2ap^2z_3 + k_3az_3 - k_4a_3z_3$

Примечание: в расчетах приняты обозначения:

$$c = \frac{1}{l_1}, c_1 = \frac{1}{l_3}, a = \frac{l_3}{l_1}, a = b, a_1 = \frac{l_2}{l_1}, b_1 = \frac{l_4}{l_3}, a_2 = \frac{l_4}{l_2}, b_3 = -a + a_2, a_3 = b_1 + a - a_2.$$

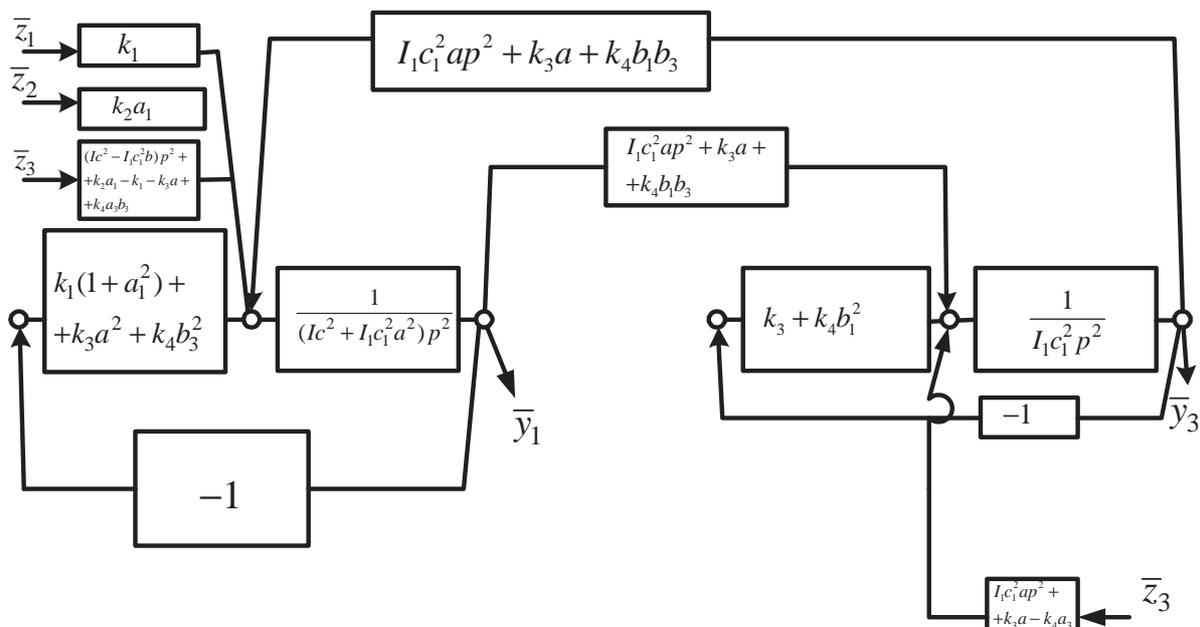


Рис. 5. Структурная схема системы в координатах y_1, y_3 по рис. 3в.

Структурная схема системы по рис. 3в представляет собой эквивалентную в динамическом отношении систему автоматического управления с двумя степенями свободы и имеет вид, как показано на рис. 5.

Парциальные системы y_1, y_3 в структурной схеме на рис. 5 имеют инерционно-упругую связь. При определенной частоте

поперекрестная связь может зануляться. При этом

$$\omega_1^2 = \frac{k_3a + k_4b_1b_3}{I_1c_1^2a}.$$

В этом случае движения парциальных систем (при отсутствии сил трения) будут независимыми.

IV. При $z_3 = z_2 = z_1 = z$ по координате y_1 можно получить, используя правило Крамера [4], что

$$y_1 = \frac{Q_1 a_{22} - Q_2 a_{12}}{a_{11} a_{22} - a_{21}^2},$$

где a_{11}, a_{21}, a_{22} – коэффициенты из таблицы 3.

Запишем обобщенные силы:

$$Q_1 = \left[(Ic^2 - I_1 c_1^2 b) p^2 + 2k_2 a_1 - k_3 a + k_4 b_3 a_3 \right],$$

$$Q_2 = I_1 c_1^2 a p^2 + k_3 a - k_4 a_3, \quad (41)$$

Тогда передаточная функция системы с учетом (40), (41) по y_1 примет вид

$$W_1(p) = \frac{\bar{y}_1}{z} = \frac{Q_1 (I_1 c_1^2 p^2 + k_3 + k_4 b_1^2) - Q_2 (-I_1 c_1 a p^2 - k_3 a - k_4 b_3 b_1)}{a_{11} (I_1 c_1^2 p^2 + k_3 + k_4 b_1^2) - (I_1 c_1^2 a p^2 + k_3 a + k_4 b_3 b_1)^2}. \quad (42)$$

Раскроем числитель этого выражения, полагая, что

$$R_0 = \left[(Ic^2 - I_1 c_1^2 b) p^2 + 2k_2 a_1 - k_3 a + k_4 a_3 b_3 \right] \times (I_1 c_1^2 p^2 + k_3 + k_4 b_1^2) - (I_1 c_1^2 a p^2 + k_3 a - k_4 a_2) (-I_1 c_1^2 a p^2 + k_3 a - k_4 b_3 b_1) \quad (43)$$

является числителем (37).

Примем, что

$$\begin{aligned} r_1 &= 2k_2 a_1 - k_3 a + k_3 a_3 b_3, r_2 = \\ &= k_3 + k_4 b_1^2, r_3 = k_3 a - k_4 a_2, \\ r_4 &= -k_3 a + k_4 b_3 b_1 \end{aligned} \quad (44)$$

и преобразуем к виду:

$$\begin{aligned} R_0 &= \left[(Ic^2 - I_1 c_1^2 b) p^2 + r_1 \right] (I_1 c_1^2 p^2 + r_2) + \\ &+ (I_1 c_1^2 a p^2 + r_3) (I_1 c_1^2 a + r_4); \\ R_0 &= (Ic^2 - I_1 c_1^2 b) I_1 c_1^2 p^4 - \\ &- p^2 \left[r_1 I_1 c_1^2 + r_2 (Ic^2 - I_1 c_1^2 b) \right] + \\ &+ r_1 r_2 + p^4 (I_1 c_1^2 a)^2 + \\ &+ p^2 (I_1 c_1^2 a r_3 + r_4 I_1 c_1^2 a) + r_3 r_4 \end{aligned}$$

или окончательно

$$\begin{aligned} R_0 &= p^4 \left[(Ic^2 - I_1 c_1^2 b) I_1 c_1^2 + (I_1 c_1^2 a)^2 \right] + \\ &+ p^2 \left[r_1 I_1 c_1^2 + r_2 (Ic^2 - I_1 c_1^2 b) + I_1 c_1^2 a r_3 + r_4 I_1 c_1^2 a \right] + \\ &+ r_1 r_2 + r_3 r_4. \end{aligned} \quad (45)$$

В общем случае в системе с учетом (42)÷(45) имеются два режима динамического гашения, что определяет характерные признаки амплитудно-частотных характеристик. Частотное уравнение знаменателя передаточной функции, или характеристическое уравнение системы имеет вид:

$$\begin{aligned} &\left[(Ic^2 + I_1 c_1^2 a^2) p^2 + k_1 + k_1 a_1^2 + k_3 a^2 + k_4 b_3^2 \right] \times \\ &\times \left[I_1 c_1^2 p^2 + k_3 + k_4 b_1^2 \right] - \\ &- \left[I_1 c_1^2 a p^2 + k_3 a + k_4 b_3 b_1 \right]^2 = 0. \end{aligned} \quad (46)$$

Примем в (46), что

$$m_1 = k_1 + k_2 a_1^2 + k_3 a^2 + k_4 b_3^2,$$

$$m_2 = k_3 + k_4 b_1^2, m_3 = k_3 a + k_4 b_3 b_1,$$

тогда уравнение (46) преобразуется

$$\begin{aligned} &(Ic^2 + I_1 c_1^2 a^2) I_1 c_1^2 p^4 + \\ &+ p^2 \left[m_1 I_1 c_1^2 + m_2 (Ic^2 + I_1 c_1^2 a^2) \right] + \end{aligned} \quad (47)$$

$$+ m_1 m_2 - (I_1 c_1^2 a)^2 p^4 - 2 I_1 c_1^2 a m_3 p^2 - m_3^2 = 0.$$

После упрощения (47) получим

$$\begin{aligned} &p^4 \left[I I_1 c_1^2 c_1^2 \right] + p^2 \left[I_1 c_1^2 m_1 + m_2 Ic^2 + \right. \\ &\left. + m_2 I_1 c_1^2 a^2 - 2 I_1 c_1^2 a m_3 \right] + \\ &+ m_1 m_2 - m_3^2 = 0. \end{aligned} \quad (48)$$

$$\begin{aligned} R_1 &= (k_1 + k_2 a_1^2 + k_4 b_3^2) (k_3 + k_4 b_1^2) - \\ &- (k_3 a + k_4 b_3 b_1)^2. \end{aligned}$$

Используем соотношения

$$a_1 = \frac{l_3}{l_1}, b_1 = \frac{l_4}{l_3}, b_3 = -a + a_2,$$

$$a_2 = \frac{l_4}{l_2}, i = \frac{l_2}{l_1}, i_1 = \frac{l_4}{l_3},$$

тогда уравнение (43) примет вид

$$\begin{aligned} R_1 &= \left[k_1 + k_3 i^2 + k_3 \frac{l_3^2}{l_1^2} + k_4 \left(\frac{l_4 l_1 - l_2 l_3}{l_1 l_2} \right)^2 \right] (k_3 + k_4 i^2) - \\ &- \left[k_3 \frac{l_3}{l_1} + k_4 \frac{l_4}{l_3} \left(\frac{l_4 l_1 - l_2 l_3}{l_1 l_2} \right) \right]^2. \end{aligned} \quad (49)$$

Если принять, что $l_4 l_1 - l_2 l_3 = 0$, то $\frac{l_4}{l_3} = \frac{l_2}{l_1}$,

то есть $i = i_1$, тогда (49) упростится

$$R_1 = (k_1 + k_2 i^2) k_3 + k_1 k_4 i^2 + k_3 k_4 \left(i^4 - i^2 \left(\frac{l_3}{l_1} \right)^2 \right). \quad (50)$$

Знак свободного члена частотного уравнения знаменателя передаточной функции (50) так же, как в (29), определяет свойства устойчивости системы.

Если $R_1 = 0$, то система может совершать циклическое движение, что препятствует ее использованию в качестве виброзащитной системы. При $R < 0$ характеристическое уравнение свидетельствует о неустойчивости системы. При $R > 0$ система, в общем случае, имеет две частоты собственных колебаний.

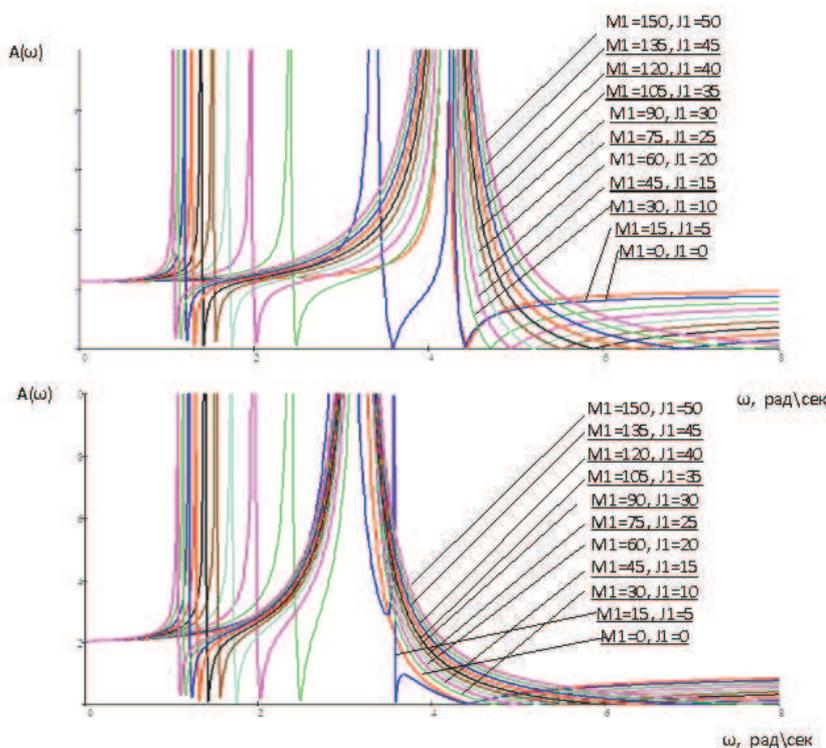
В целом, система при $p \rightarrow 0$ имеет значение амплитудно-частотной характеристики (АЧХ):

$$W_1(p) = \frac{r_1 r_2 + r_3 r_4}{m_1 m_2 - m_3^2} = (k_1 + k_2 a_1^2 + k_3 a^2 + k_4 b_3^2)(k_3 + k_4 b_1^2) - (k_3 a + k_4 b_3 b_1)^2. \quad (51)$$

При высоких частотах

$$W_1(p) = \frac{(Ic^2 - I_1 c_1^2 b) I_1 c_1^2}{(Ic^2 + I_1 c_1^2 a^2) I_1 c_1^2 - (I_1 c_1^2 a)^2} = \frac{Ic^2 - I_1 c_1^2 b}{Ic^2}. \quad (52)$$

а)



Очевидно, что выражение (52) меньше единицы.

На рис. ба, бб представлено семейство амплитудно-частотных характеристик системы при $z_1 = z_2 = z$ и параметрах

$M = 100$ кг, $I = 50$ кг/м², $I_1 = 0 - 50$ кг/м² (шаг 5),
 $M_1 = 0 - 150$ кг (шаг 5), $l_1 = 0,7$ м,
 $l_2 = 0,5$ м, $l_3 = 0,4$ м, $l_4 = 0,3$ м,
 $l_5 = 0,3$ м, $l_6 = 0,4$ м, $k_1 = 100$ н/м,
 $k_{30} = 1200$ н/м, $k_2 = 1500$ н/м,
 $k_3 = 200$ н/м, $k_4 = 300$ н/м,
 $k_5 = 400$ н/м.

Как следует из модельного примера, выбор параметров системы может существенно изменять вид амплитудно-частотных характеристик. Большое значение имеет очередность расположения режимов динамического гашения между частотами собственных колебаний.

б)

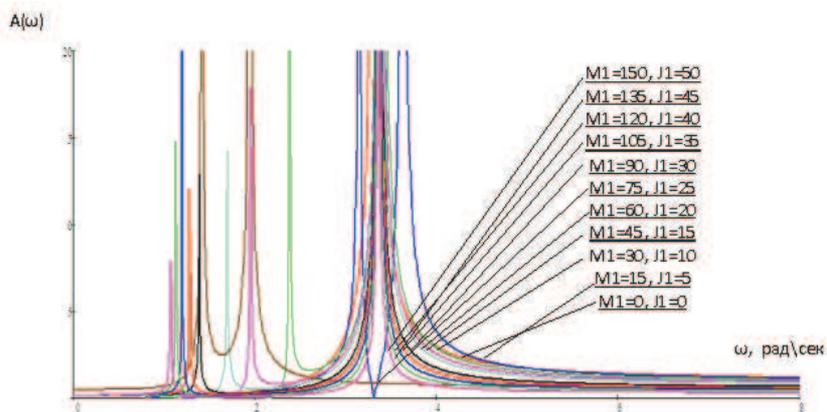


Рис. 6. Амплитудно-частотные характеристики системы:

а) частоты динамического гашения располагаются между резонансными частотами; б) случай нарушения очередности расположения частот динамического гашения.

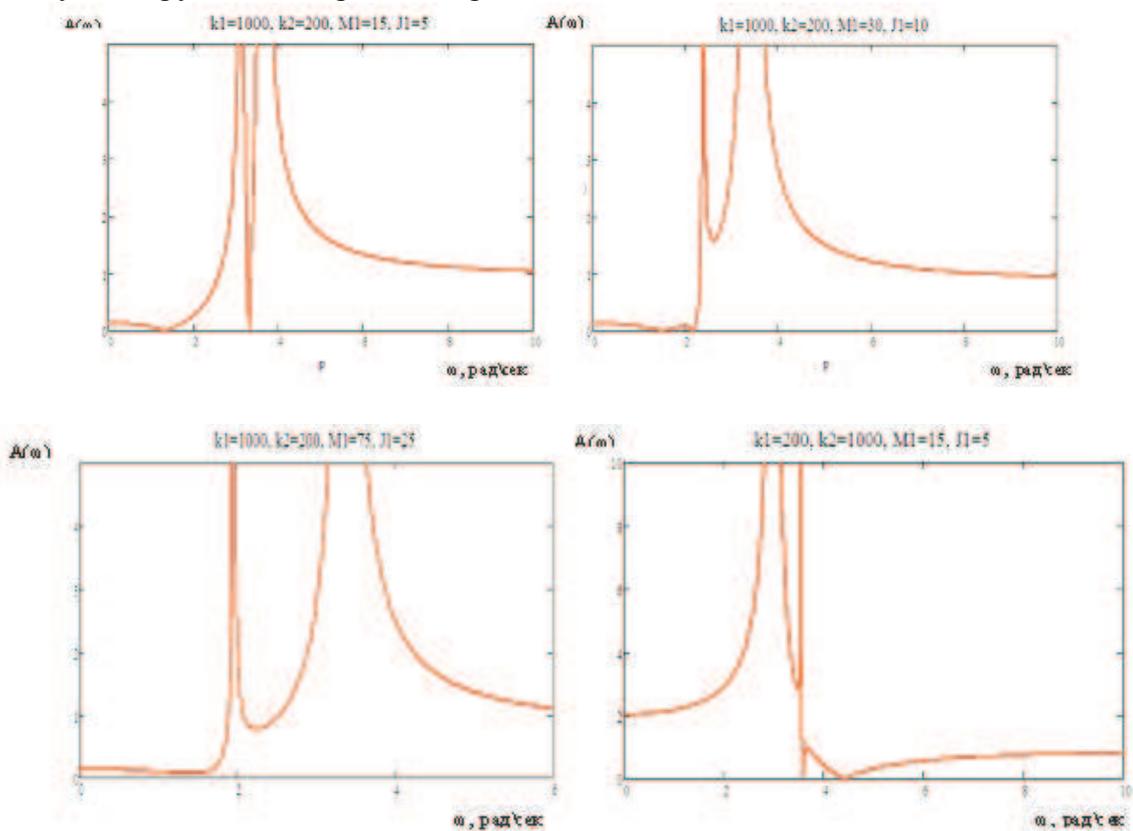


Рис. 7. Виды амплитудно-частотных характеристик системы при различных соотношениях параметров (значения параметров приведены на поле рисунка).

На рис. 7 приведены различные формы амплитудно-частотных характеристик, которые допускаются варьированием значений основных параметров. Особенностью рассматриваемой системы является возможность получения совместных или консолидированных режимов динамического гашения: $y_1 - y_2 = 0$, а также $y_0 = 0$, $\varphi = 0$ для расчетных схем с тремя степенями свободы. В этом случае динамический гаситель в виде твердого тела, имеющего сочленение с объектом защиты, обладает возможностями реализации нескольких видов динамического гашения колебаний в зависимости от особенностей внешнего возмущения.

При изменении величины массы и момента инерции динамического гасителя происходит сдвиг частот собственных колебаний (первая частота собственных колебаний) в сторону меньших значений. Для системы характерно наличие двух частот динамического гашения. Первая частота динамического гашения находится между двумя частотами собственных колебаний, вторая частота динамического гашения находится за пределами второй (более высокой) частоты собственных колебаний. При дальнейшем увеличении частоты внешнего воздействия частота запирается.

Изменение параметров системы обладает потенциалом широкого изменения динамических свойств. При уменьшении жесткости пружин крепления динамического гасителя k_3, k_4 амплитудно-частотные характеристики принимают вид, соответствующий иному расположению частот динамического гашения.

Выводы. Динамический гаситель колебаний, закрепляемый на объекте защиты с помощью шарнира, называемый Г-образным, может быть получен из механической колебательной системы общего вида. Такая исходная система имеет четыре степени свободы и содержит упругие и массо-инерционные элементы, движение которых может быть описано в не-

скольких системах координат. Используя подходы, основанные на выборе относительных координат движения точек, в дальнейшем составляющих кинематическую пару, можно упростить исходную систему и получить, в частности, математическую модель системы с двумя степенями свободы. Обобщенный подход к построению математических моделей с динамическими гасителями колебаний позволяет найти условия реализации ряда специфичных режимов, в которых объект защиты может изменять свое динамическое состояние в нужном направлении, что может быть обеспечено соответствующим выбором изменяемых параметров системы.

Литература

1. Динамический синтез в обобщенных задачах виброзащиты и виброизоляции технических объектов / С. В. Елисеев [и др.]. Иркутск : Изд-во Иркут. гос. ун-та, 2008. 523 с.
2. Ермошенко Ю. В., Фомина И. В. Динамическое гашение колебаний в виброзащитных системах с использованием Г-образных рычажных связей // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2009. Вып. 2 (22). С. 85-89.
3. Виттенберг И. Динамика твердых тел. М. : Мир, 1984. 295 с.
4. Дружинский И. А. Механические цепи. М. : Машиностроение, 1977. 224 с.
5. Бабаков И. М. Теория колебаний. М. : Наука, 1968. 549 с.
6. Лойцянский Л. Г., Лурье А. И. Курс теоретической механики. Т. 2 : Динамика. М. : Наука, 1980. 640 с.
7. Елисеев С. В., Упырь Р. Ю. Особенности динамики трехмассовых виброзащитных систем. Формы самоорганизации движения // Вестн. ИрГТУ. 2009. № 40. С. 62-67.