

УДК 621.833

## Силы в зацеплении торцевой зубчатой передачи

А.А. Ревенский<sup>а</sup>, В.Е. Гозбенко<sup>б</sup>

Иркутский государственный университет путей сообщения, Чернышевского 15, Иркутск, Россия

<sup>а</sup>foka5@yandex.ru, <sup>б</sup>vgozbenko@yandex.ru

Статья поступила 14.08.2013, принята 17.11.2013

*Сведения о геометрии, кинематике и силовом взаимодействии определяют прочностной расчет любого типа зацепления. Немаловажным фактором правильной оценки работы передачи является корректная оценка силового взаимодействия: силы, действующие в зацеплении, их величина и вклад в то или иное негативное воздействие. В статье ставятся задачи рассмотрения сил, возникающих в зацеплении торцевой зубчатой передачи, и выбора составляющих сил, необходимых для дальнейших расчетов и особенностей определения. С помощью геометрических построений и тригонометрических зависимостей получены выражения для определения каждой составляющей. Разложение величины нормального усилия на радиальную и окружную составляющие применено по аналогии с известными типами зацеплений и как наиболее удобное с точки зрения оценки отдельных составляющих по имеющимся данным (крутящий момент, диаметры колес). Отличительной особенностью расчета является то, что значение нормального усилия, принимаемое для дальнейших расчетов, зависит от двух параметров, сочетание которых должно в итоге давать максимальное значение нормальной силы. Такими параметрами являются окружное усилие и угол между направлениями нормальной и окружной составляющих. В результате исследования выявлено, что максимальное нормальное усилие приходится на точки, близкие к внутренней окружности зубьев колеса. Угол между направлениями нормальной и окружной составляющей в данной точке определен однозначно для каждого соотношения диаметров начальных окружностей колес. С увеличением этого отношения угол уменьшается. Таким образом, были получены зависимости для определения сил в зацеплении торцевой зубчатой передачи, что в дальнейшем позволит определить допустимые контактные и изгибные напряжения.*

**Ключевые слова:** торцевая передача, силы в зацеплении, взаимодействие профилей.

## Forces in coupling engagement of end gear

A.A. Revensky<sup>a</sup>, V.E. Gozbenko<sup>b</sup>

Irkutsk State University of Railway Engineering, 15 Chernyshevsky St., Irkutsk, Russia.

<sup>a</sup>foka5@yandex.ru, <sup>b</sup>vgozbenko@yandex.ru

Received 14.08.2013, accepted 17.11.2013

*The knowledge on geometry, kinematics and force interaction determine the strength calculation of any coupling engagement type. An important factor in proper evaluation of the engagement performance is the correct interaction assessment: the forces acting in the engagement, their value and contribution to a particular negative effect. The paper seeks to review the forces generated in the coupling engagement of the end gear and the choice of the force components necessary to carry out further calculations and determine the characteristics. Using geometric constructions and trigonometric relationships, the expressions to identify each component have been produced. The decomposition of the normal force value into the radial and circumferential components has been applied by analogy with the known engagement types and as the most convenient one from the point of view of evaluating the individual components of the available data (torque, the wheels diameters). A distinctive feature of the calculation is the fact that the normal force value the taken for further calculations depends on two parameters, the combination of which must eventually produce the maximum normal force. These parameters are the peripheral force and the angle between the normal and tangential components. The study has revealed that the maximum normal force is at the points close to the gear teeth inner circumference. The angle between the directions of the normal and tangential component at the given point has been uniquely defined for each ratio of the diameters of the gear pitch circles. With the increase of this ratio, the angle decreases. Thus, the dependences to determine the forces in the end gear coupling engagement have been obtained that will further allow determining the permissible contact and bending stresses.*

**Keywords:** end gear, engagement forces, profiles interaction.

**Введение.** Определение прочностных характеристик передачи состоит из нескольких этапов: геометрическое профилирование, изучение кинематического взаимодействия, изучение сил в зацеплении и собственно сопоставление контактных и изгибных напряжений допустимым значениям.

Геометрические аспекты профилирования и кинематическое взаимодействие в торцевом зацеплении были рассмотрены в работах [1 – 5]. Затронутые в ра-

ботах [6, 7] силовые аспекты не полностью раскрывали характеристики сил в зацеплении и их изменение при его работе.

**Постановка и решение задачи.** Для рассмотрения картины силового взаимодействия профилей покажем силы, действующие в зацеплении (рис. 1). Удобно так же, как и при расчете эвольвентных передач, разложить нормальную силу  $F_n$  на радиальную  $F_r$  и окружную  $F_t$  составляющие.

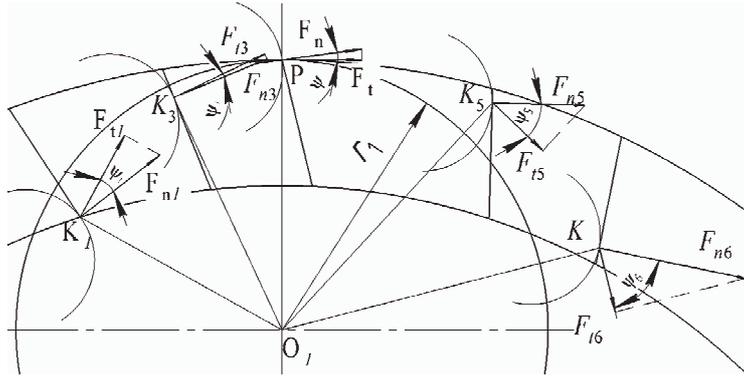


Рис. 1. Силы в зацеплении торцевой передачи при однопарном зацеплении

С учетом изменения положения точки контакта  $K_i$  относительно центров вращения колес окружная сила находится из выражения:

$$F_{ti} = \frac{T_1}{O_1K_i}, \quad (1)$$

где  $T_1$  – крутящий момент, прикладываемый к валу шестерни,  $H \cdot мм$ ;  $O_1K_i$  – расстояние от центра вращения шестерни  $O_1$  до контактной точки  $K_i$ ,  $мм$ .

Нормальная сила определится как:

$$F_{ni} = \frac{F_{ti}}{\cos \psi_i}, \quad (2)$$

где  $\psi_i$  – угол между направлением окружной силы  $F_{ti}$  и нормальной  $F_{ni}$ .

Принимая за номинальное значение окружной силы ее величину в точке контакта  $P$ , с помощью геометрических построений изучим влияние передаточного числа  $u$ , числа зубьев шестерни  $z_1$ , радиуса зубьев шестерни  $r$  на величину нормальной и окружной сил.

На рис. 2 показано изменение значения сил ( $F_{ti}$  и  $F_{ni}$ ) в зацеплении при  $z_1 = 6$ ,  $r = 13,05$  мм и передаточных числах 2, 3, 5.

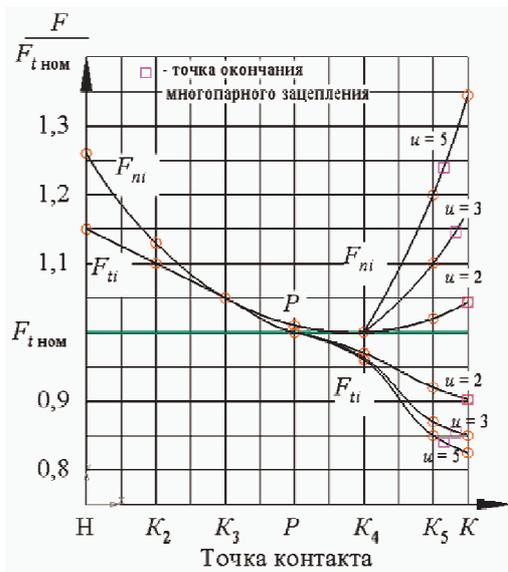


Рис. 2. Изменение значения сил при различных передаточных числах  $u$

При взаимодействии до полюса зацепления зависимость сил от передаточного отношения проявляется незначительно. Рост нормальной силы после полюса более интенсивен при возрастании передаточного отношения по причине большего наклона профильной поверхности к оси впадины. Снижение окружного усилия мало отличается при изменении передаточного отношения, а при значениях  $u > 3$  отличие окружного усилия составляет не более 3-5 %.

Как видно из графика, максимальное значение нормальной силы в многопарном зацеплении приходится на точку касания  $H$  (то же что  $K_1$  на рис. 1), расположенную на внутренней окружности  $r_3$ .

На рис. 3 показано изменение значения сил при  $r = 13,05$  мм,  $u = 3$  и числах зубьев шестерни 6, 8 и 10.

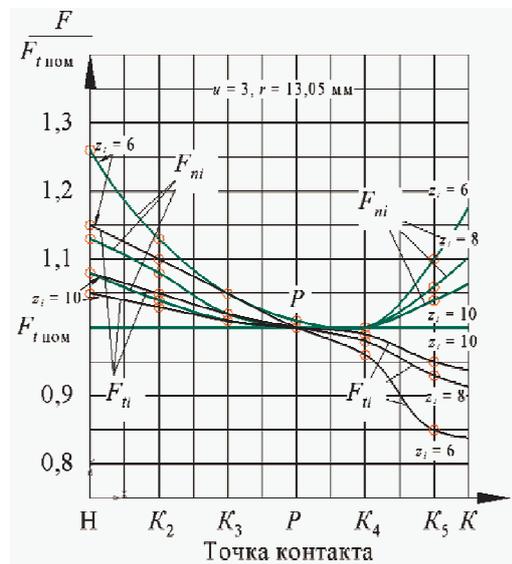


Рис. 3. Изменение значения сил при различных числах зубьев шестерни

### Выводы

Таким образом, изучив изменение сил в зависимости от параметров  $u$ ,  $z_1$  и  $r$ , можно сделать следующий вывод. Согласно проведенным геометрическим исследованиям однопарного зацепления при различных пе-

редаточных числах ( $u = 2, 3, 5$ ) и параметрах шестерни ( $r = 13,05$  мм;  $z_1 = 4, 5, 6$ ) выявлено, что величина окружного усилия в зацеплении изменяется в зависимости от положения точки контакта  $K_i$ , угол  $\psi$  и нормальная сила  $F_n$  принимают наибольшие значения в точках начала и окончания однопарного зацепления; так как при многопарном зацеплении взаимодействие профилей заканчивается в точке пересопряжения  $K_i$  (участок  $P...K$ ) с  $F_{ni} < F_{n1}$ , что подтверждается геометрическими построениями, то для вычисления нормальной силы можно использовать значение угла  $\psi_1$  в контактной точке  $K_1$ , где нормальная сила  $F_n$  принимает максимальное значение при многопарном зацеплении.

Схема для определения угла  $\psi_1$  представлена на рис. 4.

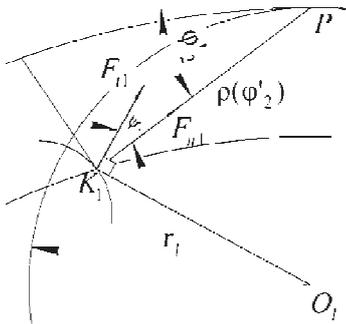


Рис. 4. Схема для определения угла  $\psi_1$  в контактной точке  $K_1$

Угол  $\psi_1$  из соотношений в  $\Delta PK_1O_1$  находится как:

$$\psi_1 = \frac{\pi}{2} - \arcsin \left[ \frac{\sin(\frac{\pi}{2} - \phi'_2)}{\sqrt{1 + (\sin(\phi'_2) - \sin(\frac{\pi}{4z_1}))^2 - 4 \cdot (\sin(\phi'_2) - \sin(\frac{\pi}{4z_1})) \cdot \cos(\frac{\pi}{2} - \phi'_2)}} \right]. \quad (8)$$

Полученное выражение указывает на прямую зависимость угла  $\psi_1$  только от количества зубьев шестерни  $z_1$ , что позволяет, приняв  $z_1$  от 4 до 12, получить ряд углов  $\psi_1$  для использования при проектировании передачи (табл. 1).

Таблица 1

Углы  $\psi_1$  для различных  $z_1$

$z_1$	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\psi_1$ , рад	0,67	0,51	0,41	0,35	0,3	0,27	0,24	0,22	0,2

Таким образом, приведена схема расчета сил, действующих в зацеплении торцевой зубчатой передачи. Проведенные исследования показали, что максимальное значение нормального усилия, возникающего при работе передачи, приходится на точки, лежащие близко к внутренней окружности зубьев колеса. Это обстоятельство в дальнейшем указывает на необходимость установления расчетных контактных напряжений с учетом значений нормального усилия в этой точке.

$$\frac{r_1}{\sin(\frac{\pi}{2} - \psi_1)} = \frac{OK_1}{\sin(\frac{\pi}{2} - \phi'_2)}, \quad (3)$$

где  $r_1$  – радиус начальной окружности шестерни;  $\phi'_2$  – угол, определяющий расстояние от полюса  $P$  до точки контакта  $K_1$ :

$$\phi'_2 = (1 + \frac{1}{z_1})\pi - \arccos(\frac{r}{2r_1}); \quad (4)$$

$OK_1$  – расстояние от центра шестерни до точки контакта  $K_1$ .

Сторона  $OK_1$  определится по теореме косинусов как:

$$OK_1 = \sqrt{r_1^2 + \rho(\phi'_2)^2 - 2 \cdot r_1 \cdot \rho(\phi'_2) \cdot \cos(\frac{\pi}{2} - \phi'_2)}, \quad (5)$$

где  $\rho(\phi'_2)$  – длина радиус-вектора в полярной системе координат, определяющего положение точки  $K_1$ , принадлежащей внутренней петле «улитки Паскаля»:

$$\rho(\phi'_2) = 2r_1 \sin(\phi'_2) - r. \quad (6)$$

Имея соотношение:

$$r = 2r_1 \sin(\frac{\pi}{4z_1}), \quad (7)$$

окончательно определим угол  $\psi_1$ :

### Литература

1. Ревенский А.А. Тупицын А.А. Альтернативный вид зубчатого зацепления: свойства и характеристики // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2010. № 4 (28). С. 84-91.
2. Тупицын А.А., Милованов А.И., Ревенский А.А. Шестерня для торцевой зубчатой передачи с внутренним зацеплением: пат. 77374 Рос. Федерация. № 2008115572/22, заявл. 21.04.08; опубл. 20.10.08. Бюл. № 29. 2 с.
3. Тупицын А.А., Каргапольцев С.К., Милованов А.И., Тупицын А.А., Ревенский А.А. Торцевая зубчатая передача с внутренним зацеплением: пат. 2354870 Рос. Федерация. № 2007144586/11; заявл. 04.12.2007, Бюл. № 13. 7 с.
4. Тупицын А.А., Тупицын А.А., Милованов А.И., Ревенский А.А., Гозбенко В.Е. Торцевая передача с внешним зацеплением зубчатых колес: пат. 96201 Рос. № 2009149300/22, заявл. 29.12.09, Бюл. № 20. 3 с.
5. Ревенский А.А., Гозбенко В.Е. Методика выбора рациональных геометрических параметров колеса торцевой передачи // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2013. № 3 (39). С. 76-80.
6. Ревенский А.А., Гозбенко В.Е. Моделирование торцевой зубчатой передачи // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2011. № 3 (31). С. 119-123.
7. Ревенский А.А., Гозбенко В.Е. Изучение напряженного состояния в зоне контакта торцевой зубчатой передачи // Материалы V-й международной конференции «Проблемы механики современных машин». Улан-Удэ: ВСГТУ, 2012. Т. 3. С. 78-82

### References

1. Revensky A.A., Tupitsin A.A. The alternative type of toothed wheel gearing: properties and characteristics // *Sovremennye tekhnologii. Sistemny analiz. Modelirovaniye*, 2010. № 4 (28). S. 84-91.
2. Tupitsin A.A., Milovanov A.I., Revensky A.A. Cogwheel for end internal gear train: pat. 77374 Ross. Federatsiya. № 2008115572/22; zayavl. 21.04.2008; opubl. 20.10.08. Byul. № 29. 2 s.
3. Tupitsin A.A., Kargapol'tsev S.K., Milovanov A.I., Tupitsin A.A., Revensky A.A. The end internal gear train: pat. 2354870 Ross. Federatsiya. № 2007144586/11; zayavl. 04.12.2007, Byul. № 13. 7 s.
4. Tupitsin A.A., Tupitsin A.A., Milovanov A.I., Revensky A.A., Gozbenko V.E. The end external gear train: pat. 96201 Ross. Federatsiya. № 2009149300/22; zayavl. 29.12.2009, Byul. № 20. 3 s.
5. Revensky A.A., Gozbenko V.E. The technique for selecting efficient geometrical parameters of the end wheel gearing // *Sovremennye tekhnologii. Sistemny analiz. Modelirovaniye*, 2013. № 3 (39). S. 76-80.
6. Revensky, A.A., Gozbenko V.E. End gear modeling // *Sovremennye tekhnologii. Sistemny analiz. Modelirovanie*. 2011. № 3 (31). S. 119-123.
7. Revensky A.A. The study of the stressed state at the end wheel gearing contact area // *Materialy V mezhdunarodnoy konferentsii «Problemy mekhaniki sovremennykh mashin»*. T. 3. Ulan-Ude: VSGTU, 2012. S. 78-82.