

УДК 620.17: 621.01

Энергетическая концепция твердости при кинетическом индентировании сферой

П.М. Огар^a, В.А. Тарасов^b, И.Б. Федоров^c

Братский государственный университет, Макаренко 40, Братск, Россия

^aogar@brstu.ru, ^bTV-post@yandex.ru, ^cfedorov-ib@mail.ru

Статья поступила 17.03.2014, принята 20.05.2014

С использованием аналитических зависимостей, описывающих процесс нагрузки и разгрузки при кинетическом индентировании сферой, определена удельная энергоемкость пластического вытеснения материала от уровня исходной поверхности, которая определяет энергетическую концепцию твердости. Показано, что энергетическая твердость может быть определена из диаграммы кинетического индентирования, построенной в координатах $\bar{P} - \bar{h}$, где \bar{P} – относительная нагрузка, \bar{h} – относительное внедрение сферического индентора. При этом относительная энергетическая твердость равна отношению \bar{P}/\bar{h} , умноженному на параметр C_p , значение которого изменяется в узких пределах 0,166...0,183 для конструкционных материалов, используемых в машиностроении. Показано, что в пределах $h/R = 0,05...0,4$ значения параметра C_p имеют минимум. С ростом упругих свойств материалов разброс значений C_p уменьшается для разных значений экспоненты упрочнения n . Приведено сравнение энергетической твердости с твердостью по Майеру и пластической твердостью.

Ключевые слова: сферический индентор, кинетическое индентирование, работа деформирования, объем вытесненного материала, глубина остаточной лунки, твердость по Майеру, пластическая твердость.

Power concept of hardness under the kinetic spherical indentation

P.M. Ogar^a, V.A. Tarasov^b, A.V. I.B. Fedorov^c

Bratsk State University, 40, Makarenko str., Bratsk, Russia

^aogar@brstu.ru, ^bTV-post@yandex.ru, ^cfedorov-ib@mail.ru

Received 17.03.2014, accepted 20.05.2014

When using analytical relationships, which describe the process of loading and unloading under kinetic spherical indentation, power intensity of plastic material displacement from the original surface level has been defined. Power intensity determines power concept of hardness. It has been shown that power hardness can be determined from kinetic indentation diagram, constructed in $\bar{P} - \bar{h}$ coordinates where \bar{P} is relative load, \bar{h} is relative penetration of a spherical indenter. Relative power hardness equals \bar{P}/\bar{h} multiplied by C_p parameter where C_p varies within a range of 0.166 ... 0.183 for structural materials used in mechanical engineering. It has been shown that, within $h/R = 0.05...0.4$, the value of C_p parameter has a minimum. When elastic properties of materials grow, spread in values of C_p decreases for different values of the hardening exponent n . The comparison of power hardness with Meyer's hardness and plastic hardness has been also presented in the article.

Keywords: spherical indenter, kinetic indentation, work of deformation, displacement volume of material, depth of residual indent, Meyer's hardness, plastic hardness.

Введение. Пробы на твердость для определения физико-механических свойств относятся к методам неразрушающего контроля и находят широкое применение при изготовлении и эксплуатации машин и оборудования. Наибольшее распространение получило статическое вдавливание индентора в испытываемый материал. При этом различают поверхностную, проекционную и объемную твердость, однако, как указано в [1], общепринятая классификация способов расчета твердости, основанная на уровне прилагаемой нагрузки и глубине индентирования (или диаметра

отпечатка) не отражает современного понимания этого свойства и не учитывает весь объем информации, полученный при испытаниях. Получаемые числа твердости представляют конечный результат деформирования материала индентором при фиксированной стандартной нагрузке. Как следует из критериев оценки твердости [1], энергетический подход используется только при определении твердости по Мартенсу и представляет собой отношение работы деформирования к объему восстановленного отпечатка. В данной работе

предлагается новый подход, основанный на отношении работы пластической деформации к объему вытесненного материала, т. е. к объему лунки, ограниченному уровнем исходной поверхности.

Применение диаграммы кинетического индентирования. Наряду с традиционными методами определения механических свойств по оценке твердости используется метод, основанный на непрерывной регистрации нагрузки и глубины внедрения индентора, предложенный С.И. Булычевым с соавторами [2]. Использование остроконечных инденторов (конусов, пирамид) приводит к получению отпечатков с неизменной степенью деформации. При использовании сферического индентора степень деформации переменна на всем этапе вдавливания, что дает большую информацию.

Диаграмма кинетического индентирования представлена на рис. 1.

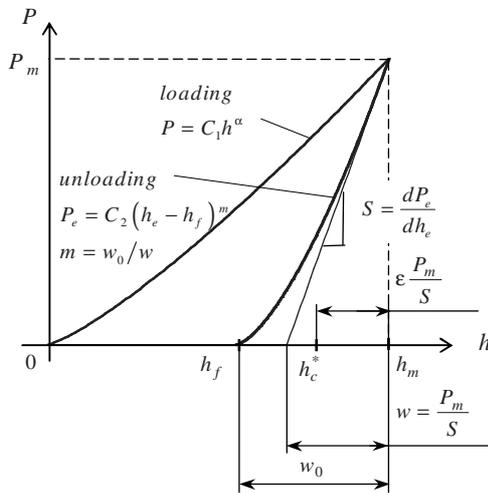


Рис. 1. Диаграмма кинетического индентирования материала

Существуют четыре важных параметра, которые снимаются с кривых «нагрузка – перемещение»: максимальная нагрузка P_m , максимальное внедрение h_m , контактная жесткость на начальном участке ветви разгрузки $S = dP_e/dh_e$, остаточная глубина h_f проникновения индентора после разгрузки.

Допустим, что $P_m \gg P_y$, где P_y – критическая нагрузка [3], соответствующая началу пластической деформации при использовании критерия максимального напряжения Треска.

В таком случае ветвь нагружения можно описать выражением:

$$P = C_1 h^\alpha, \quad (1)$$

а ветвь разгрузки –

$$P_e = C_2 (h_e - h_f)^m, \quad (2)$$

где C_1, C_2 – константы; α, m – показатели степени.

Константа C_2 определяется из условия равенства сил при h_m :

$$C_2 (h - h_f)^m = P_m, \quad C_2 = \frac{P_m}{(h_m - h_f)^m}. \quad (3)$$

Тогда уравнение ветви разгрузки:

$$P_e = P_m \left(\frac{h_e - h_f}{h_m - h_f} \right)^m. \quad (4)$$

Контактная жесткость на начальном участке ветви разгрузки:

$$S = \left. \frac{dP_e}{dh_e} \right|_{h_e=h_m} = \frac{P_m \cdot m}{h_m - h_f} = \frac{P_m \cdot m}{w_0}. \quad (5)$$

Из диаграммы кинетического индентирования следует:

$$w = \frac{P_m}{S} = \frac{w_0}{m}, \quad m = \frac{w_0}{w}, \quad (6)$$

В работах [3, 4] параметр m определен расчетным путем:

$$m = \frac{3 - 2c^2 \bar{h}_m}{2 - c^2 \bar{h}_m}, \quad (7)$$

где $\bar{h}_m = h_m/R$, R – радиус сферы; $c^2 = h_c/h$, h_c – глубина, на которой происходит контакт индентора с материалом под нагрузкой P_m .

По методу инструментального индентирования Оливера-Фарра [5], закрепленного стандартом ISO 14577, твердость материала H вычисляется как отношение приложенной нагрузки P_m к площади проекции не восстановленного отпечатка A_c :

$$H = \frac{P_m}{A_c}, \quad (8)$$

которая имеет физический смысл среднего контактного давления на площадке индентирования и идентична твердости по Майеру, т. е. $H \equiv H_M$.

В отличие от твердости по Майеру, твердость по Бринеллю и пластическая твердость (по М.С. Дрозду), при определении которых нагрузку относят либо к поверхности отпечатка, либо к поверхности части индентора, не имеют четкого физического смысла.

В недавних работах [6, 7] энергетическая концепция твердости использована при сферическом и пирамидальном индентировании. В работе [6] определяется объем вытесненного материала от уровня исходной поверхности, а не весь объем восстановленного отпечатка, как по Мартенсу. При этом использовалось допущение, что форма восстановленной лунки представляет собой сферический сегмент (кратер). Для определения твердости в [6] использовалась работа A_p , затраченная на пластическое вытеснение материала:

$$A_p = P_m \left(\frac{h_m}{\alpha + 1} - \frac{h_m - h_f}{m + 1} \right). \quad (9)$$

Так как с достаточной для инженерных расчетов точностью зависимости $V_p(A_p)$ можно аппроксимировать прямыми линиями, то отношение

$$H_E = \frac{dA_p}{dV_p}. \quad (10)$$

В работе [8] авторы пересмотрели свою позицию, изложенную в [6], и считают, что при определении HE следует использовать полную работу индентирования A .

$$A = \frac{P_m h_m}{\alpha + 1}, \quad (11)$$

что подтверждают также авторы [7], так как лунку с остаточной глубиной h_f можно получить только при приложении нагрузки P_m и выполнении работы, определяемой выражением (11). В дальнейшем, как будет показано далее, обе версии о том, какую работу использовать, могут иметь место.

Объем вытесненного материала. Допустим, что форма восстановленной лунки представляет собой сферический сегмент (кратер) с радиусом R_{cr} . Тогда объем вытесненного материала:

$$V = \pi h_f^2 \left(R_{cr} - \frac{h_f}{3} \right). \quad (12)$$

Если ветвь нагружения описывается уравнением (1), то распределение давления на площадке контакта радиусом a описывается выражением [9]:

$$p_r = p_m \cdot \alpha \left(1 - r^2/a^2 \right)^{\alpha-1}, \quad (13)$$

где $p_m = P/(\pi a^2)$ – среднее давление на площадке контакта.

При повторном нагружении лунки нагрузкой вида (14) величина перемещения w_0 согласно данным [10]:

$$w_0 = \frac{P_m K_{\alpha 0}}{\pi a E^*}, \quad (14)$$

$$\text{где } K_{\alpha 0} = \alpha \cdot 2^{2\alpha-1} B(\alpha, \alpha), \quad (15)$$

$B(\alpha, \alpha)$ – бета-функция; E^* – приведенный модуль упругости.

Тогда глубина остаточной лунки от уровня исходной поверхности:

$$h_f = h_m - w_0 \quad (16)$$

Радиус остаточной лунки:

$$R_{cr} = \frac{h_{cr}^2 + a^2}{2h_{cr}} = \frac{h_{cr}^2 + 2Rc^2h - c^4h^2}{2h_{cr}}, \quad (17)$$

где h_{cr} – глубина остаточной лунки;

$$h_{cr} = h_c - w_0 + w_c, \quad (18)$$

w_c – упругие перемещения по контуру лунки [10];

dA_p/dV_p для определенного участка $V_{p2} - V_{p1}$ будет постоянной величиной и может характеризовать твердость материала [6], т. е.:

$$w_c = \frac{P_m K_{\alpha c}}{\pi a E^*}, \quad (19)$$

$$\text{где } K_{\alpha c} = \frac{2^{2\alpha-1}}{\pi} \cdot \alpha B(\alpha, \alpha) \cdot B(0.5, \alpha). \quad (20)$$

Для определения c^2 удобно использовать результаты конечно-элементного моделирования [11]:

$$c^2 = \frac{h_c}{h_e} = M^{\frac{2}{N}} \left(2\bar{h} \right)^{\frac{2}{N}-1}, \quad (21)$$

$$\text{где } M = \frac{(1,45 + 28,55n + 1745\varepsilon_y)(1 - 0,5n + 20\varepsilon_y)}{(1 + 21,4n + 1020\varepsilon_y)(1 + 0,4n + 60\varepsilon_y)},$$

$$N = \frac{(1,9 + 12,5n + 5705\varepsilon_y)(1 + 0,1n)}{(1 + 6,8n + 340\varepsilon_y)},$$

$\varepsilon_y = \sigma_y/E^*$, σ_y – предел текучести; n – экспонента упрочнения; $\bar{h} = h/R$.

Приведенные выражения справедливы для $n = 0 \dots 0,4$, $\varepsilon_y = 0,0005 \dots 0,03$, $\bar{h} = 0 \dots 0,4$ и коэффициента трения $\mu = 0$.

Для получения зависимости $c^2(\mu)$ введем вспомогательную функцию, полученную в результате аппроксимации данных работы [12]:

$$F_\mu(\mu) = \begin{cases} 0,49 - 0,955\mu + 0,60\mu^2 + \\ + 3,845\mu^3 - 3,64\mu^4, & \mu \leq 0,3; \\ 0,324 - 0,014\mu, & \mu > 0,3. \end{cases} \quad (22)$$

Тогда:

$$c^2(\mu) = 1 + (c^2(0) - 1) \frac{F_\mu(\mu)}{F_\mu(0)}. \quad (23)$$

При расчете зависимостей $\bar{V}_p(\bar{h})$, представленных на рис. 2, использовано значение $\mu = 0,2$.

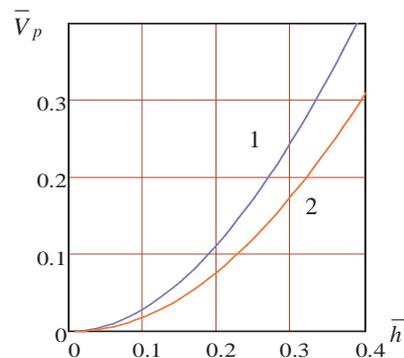


Рис. 2. Зависимости $\bar{V}_p(\bar{h})$ для материалов с разными свойствами: 1 – $\varepsilon_y = 0,001$, $n = 0$; 2 – $\varepsilon_y = 0,005$, $n = 0,2$

Моделирование упругопластического внедрения сферы. Для анализа энергетической концепции твердости воспользуемся результатами конечно-

элементного анализа работы [13], согласно которым уравнение ветви нагружения можно получить из выражения:

$$\bar{P} = \frac{P}{E^* R^2} = (\bar{h})^A \cdot e^{-B}, \quad (24)$$

$$\text{где } A = A(\epsilon_y, n) = \frac{0,93 + 290,65\epsilon_y - 23408,85\epsilon_y^2 + 546404,43\epsilon_y^3 + 3,11n + 0,77n^2}{1 + 194,49\epsilon_y - 17101,85\epsilon_y^2 + 407006,05\epsilon_y^3 + 2,1684n}$$

$$B = B(\epsilon_y, n) = \frac{5,30 + 81,12\epsilon_y - 21284,04\epsilon_y^2 + 381357,70\epsilon_y^3 - 8,34n - 1,81n^2}{1 + 437,16\epsilon_y - 9993,45\epsilon_y^2 + 0,34n - 3,43n^2}$$

Следовательно, в выражении (1) $\alpha = A(\epsilon_y, n)$.

Для текущего значения P и h полная работа A_Σ при внедрении сферы с учетом выражений (11) и (24):

$$A_\Sigma = \frac{Ph}{A+1} = \frac{E^* R^2 (\bar{h})^A e^{-B} h}{A+1}. \quad (25)$$

Выражение (12) для объема вытесненного материала запишем в виде:

$$\frac{V}{R^3} = \bar{V}_p = \pi \bar{h}_f^2 \left(\rho - \frac{\bar{h}_f}{3} \right), \quad (26)$$

где $\bar{h}_f = h_f/R$, $\rho = R_{cr}/R$. Тогда $V_p = \bar{V}_p \cdot R^3$

По определению:

$$H_E = \frac{A_\Sigma}{V_p} = \frac{E^* R^2 (\bar{h})^A e^{-B} h}{\bar{V}_p R^3} = \frac{E^* (\bar{h})^{A+1} e^{-B}}{\bar{V}_p}, \quad (27)$$

или:

$$\frac{H_E}{E^*} = \frac{\bar{P} \cdot \bar{h}}{\bar{V}_p (A+1)} = \frac{\bar{h}^2}{\bar{V}_p (A+1)} \cdot \frac{\bar{P}}{\bar{h}}. \quad (28)$$

Обозначим:

$$\frac{\bar{h}^2}{\bar{V}_p (A+1)} = C. \quad (29)$$

Из (28) имеем:

$$\frac{H_E}{E^*} = C \cdot \frac{\bar{P}}{\bar{h}}. \quad (30)$$

На рис. 3 показаны зависимости $C(\bar{h})$, из которых следует, что для $\bar{h} = 0,05 \dots 0,4$ параметр $C = 0,1725 \dots 0,1873$ для $\epsilon_y = 0,001$ и $C = 0,183 \dots 0,2075$ для $\epsilon_y = 0,003$. Причем для каждой зависимости $C(\bar{h})$ имеется минимум.

Таким образом, приближенное значение относительной энергетической твердости H_E/E^* может быть определено из зависимости $\bar{P} - \bar{h}$ путем измерения параметров \bar{P} и \bar{h} и умножения их отношения на усредненное значение параметра C .

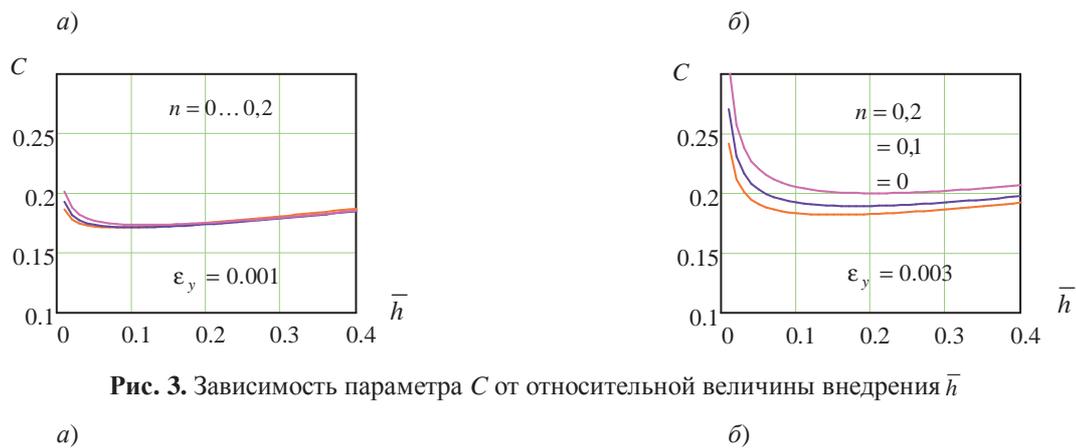


Рис. 3. Зависимость параметра C от относительной величины внедрения \bar{h}

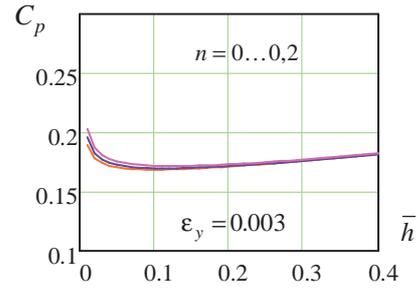
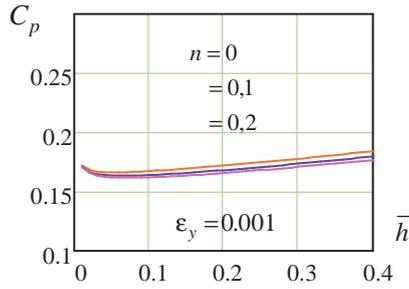


Рис. 4. Зависимость величины параметра C_p от относительного внедрения \bar{h}

Аналогично, если при определении твердости будем использовать работу A_p , то получим:

$$\frac{H_E}{E^*} = C_p \cdot \frac{\bar{P}}{\bar{h}}, \quad (31)$$

где:

$$C_p = \frac{\bar{h}^2}{\bar{V}_p} \left(\frac{1}{A+1} - \frac{1-\bar{h}_f/\bar{h}}{m+1} \right), \quad (32)$$

m – определяется выражением (7).

На рис. 4 показаны зависимости $C_p(\bar{h})$ для аналогичных значений ϵ_y и n . Как следует из рис. 4, значение $C_p(\bar{h})$ в сравнении с $C(\bar{h})$ незначительно уменьшилось. Уменьшился также при $\epsilon_y=0,003$ разброс их значений для разных n .

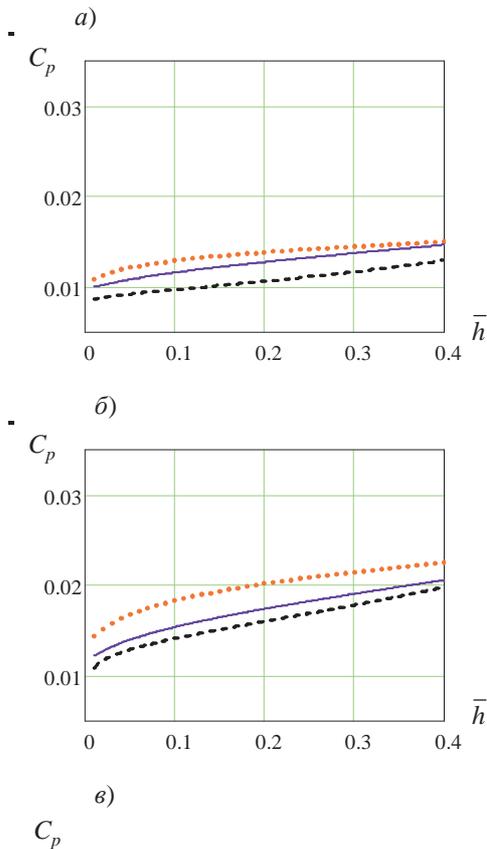


Рис. 5. Сравнение величин относительных твердостей при $\epsilon_y=0,003$: а) для $n=0$; б) $n=0,1$; в) $n=0,2$. Линии: из точек – H_D , сплошная – H_E и пунктирная – H_M

Для определения приближенного значения относительной энергетической твердости по работе пластического вытеснения материала A_p следует принять среднее значение параметра $C_p=0,174$ для диапазонов значений $\bar{h}=0,1...0,3$, $\epsilon_y=0,001...0,005$ и $n=0...0,2$. Если известны механические характеристики материала ϵ_y и n , то значение параметра \bar{V}_p можно определить расчетным путем по приведенной здесь методике.

На рис. 5 приведены относительные значения энергетической твердости, твердости по Майеру и пластической твердости для $\epsilon_y=0,003$ и $n=0...0,2$. Пластическая твердость (твердость по М.С. Дрозду) определялась по выражению:

$$H_D = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{dP}{dh_f}.$$

Как следует из проведенного анализа, в большинстве случаев для конструкционных материалов, используемых в машиностроении, значения энергетической твердости H_E занимают промежуточное место между значениями пластической твердости и твердости по Майеру.

Заключение

1. Энергетическая твердость при индентировании сферой материалов, используемых в машиностроении, определена как отношение затраченной энергии на пластическое деформирование к объему вытесненного

материала от уровня исходной поверхности.

2. При этом использована диаграмма кинетического индентирования, включающая уравнения ветви нагрузки и разгрузки.

3. Показано, что энергетическая твердость может быть определена из диаграммы в относительных координатах $\bar{P}-\bar{h}$. При этом относительная энергетическая твердость равна отношению \bar{P}/\bar{h} , умноженному на параметр C_p , значение которого изменяется в пределах 0,166...0,183. Для приблизительного определения относительной энергетической твердости следует принять $C_p = 0,174$.

4. В пределах $\bar{h} = 0,05...0,4$ значения параметра C_p имеют минимум.

5. Для уточнения значения относительной энергетической твердости необходимо знание глубины остаточной лунки, контактной жесткости на начальном участке кривой разгрузки и радиуса остаточной лунки.

6. Для большинства материалов, используемых в машиностроении, энергетическая твердость занимает промежуточное значение между пластической твердостью и твердостью по Майеру.

Литература

1. Мошенок В.И. Современная классификация методов определения твердости // Автомобильный транспорт. Вып. 25. 2010. С. 129-132.
2. Булычев С.И., Алехин В.П. Испытания материалов непрерывным вдавливанием индентора. М.:Машиностроение, 1990. 224с.
3. Огар П.М., Тарасов В.А., Турченко А.В. Описание взаимодействия жесткой сферы с упругопластическим полупространством // Труды Братского государственного университета. Серия: Естественные и инженерные науки. 2012. Т. 1. С. 163-169.
4. Турченко А.В. Определение показателя степени кривой разгрузки при кинетическом индентировании // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2012. № 3. С. 17-20.
5. Oliver W.C., Pharr G.M. Measurement of hardness and elastic modulus by instrumented indentation: Advanced in understanding and refinements to methodology // Journal of Materials Research. 2004 vol. 19. № 1 p. 3-20.
6. Огар П.М., Тарасов В.А., Турченко А.В., Федоров И.Б. Удельная энергоемкость пластического вытеснения материала при сферическом индентировании // Труды Братского государственного университета. Серия Естественные и инженерные науки. 2012. Т. 3. С. 19-27.
7. Мильман Ю.В., Гринкевич К.Э., Мордель П.В. Энергетическая концепция твердости при инструментальном индентировании // Деформация и разрушение материалов. 2013. № 1. С. 2-9.
8. Огар П.М., Тарасов В.А., Федоров И.Б. Энергетический подход к определению твердости материалов при индентировании

сферой // Механика XXI века. 2013. № 12. С. 66-70.

9. Огар П.М., Тарасов В.А., Турченко А.В. Развитие инженерных расчетов характеристик контакта жесткой сферы с упругопластическим полупространством // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2012. № 1. С. 80-87.

10. Огар П.М., Тарасов В.А. Влияние формы осесимметричной нагрузки на напряженно-деформированное состояние упругопластического полупространства // Системы. Методы. Технологии. 2010. № 5. С. 14-20.

11. Hernot X., Bartier O., Bekouche Y., Abdi R. El., Mauvoisin G. Influence of penetration depth and mechanical properties of contact radius determination for spherical indentation // International Journal of Solids and Structures. 2006. №43, p. 4136-4153.

12. Taljat B., Pharr G.M. Development of pile-up during spherical indentation of elastic-plastic solids // International Journal of Solids and Structures. 2004. №41. P.3891-3904.

13. Collin J.-M., Mauvoisin G., Pilvin P. Materials characterization by instrumented indentation using two different approaches // Materials and Dising. Vol. 31 (2010), p 636-640.

References

1. Moshchenok V.I. Modern classification of hardness measurement techniques // Avtomobilny transport. Issue 25. 2010. P. 129-132.
2. Bulychev S.I., Alekhin V.P. Testing of materials by continuous depression of an indenter. M.:Mashinostroenie, 1990. 224 p.
3. Ogar P.M., Tarasov V.A., Turchenko A.V. Description of the contact of a rigid sphere and elastoplastic half-space // Trudy Bratskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Estestvennye i inzhenernye nauki. 2012. V. 1. P. 163-169.
4. Turchenko A.V. Determination of unloading curve exponent under kinetic indentation // Sovremennye tekhnologii. Sistemy analiz. Modelirovaniye. 2012. № 3. P. 17-20.
5. Oliver W.C., Pharr G.M. Measurement of hardness and elastic modulus by instrumented indentation: Advanced in understanding and refinements to methodology // Journal of Materials Research. 2004. vol. 19. № 1. P. 3-20.
6. Ogar P.M., Tarasov V.A., Turchenko A.V., Fedorov I.B. Specific power intensity of plastic displacement of the material under spherical indentation // Trudy Bratskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Estestvennye i inzhenernye nauki. 2012. V. 2. P. 19-27.
7. Milman Yu.V., Grinkevich K.E., Mordel P.V. The principle of power hardness under instrumental indentation // Deformatsiya i razrusheniye materialov. 2013. № 1. P. 2-9.
8. Ogar P.M., Tarasov V.A., Fedorov I.B. Power approach to determination of materials hardness by spherical indentation // Mehaniki XXI veku. 2013. № 12. P. 66-70.
9. Ogar P.M., Tarasov V.A., Turchenko A.V. Elaboration of engineering calculation for contact characteristics of a rigid sphere and elastoplastic half-space// Sovremennye tekhnologii. Sistemy analiz. Modelirovaniye. 2012. № 1 (33). P. 80-87.
10. Ogar P.M., Tarasov V.A. Effect of the axis-shaped symmetrical load on loaded-strained state of elasticoplastic half-space // Sistemy. Metody. Tekhnologii. 2010. № 1 (5). P. 14-20.
11. Hernot X., Bartier O., Bekouche Y., Abdi R. El., Mauvoisin G. Influence of penetration depth and mechanical properties of contact radius determination for spherical indentation // International Journal of Solids and Structures. 2006. № 43. P. 4136-4153.
12. Taljat B., Pharr G. M. Development of pile-up during spherical indentation of elastic-plastic solids // International Journal of Solids and Structures. 2004. № 41. P. 3891-3904.
13. Collin J.-M., Mauvoisin G., Pilvin P. Materials characterization by instrumented indentation using two different approaches // Materials and Dising. Vol. 31 (2010). P. 636-640.