

УДК 534.013; 622.24; 622.23.01

DOI:10.18324/2077-5415-2022-3-48-57

Крутильно-продольные автоколебания бурильной колонны при кусочно-постоянной скорости подачи каната талевого системы

В.А. Коронатов

Ангарск, Россия

kortavik@mail.ru

<https://orcid.org/0000-0002-1331-213X>

Статья поступила 31.08.2022, принята 15.09.2022

Приведена двухмассовая модель бурильной колонны (БК) для описания крутильно-продольных автоколебаний с учетом возможностей возникновения эффектов stick-slip и кратковременных отрывов долота от забоя при роторном способе бурения. Рассматривается БК с долотом двух видов — дробяще-скалывающего и режущего действия, а скорость подачи каната подвеса определяется согласно кусочно-постоянному закону. Описывается процесс углубления вертикальной скважины с учетом потери прочности породы в забое от силового воздействия. Величина частоты вращения принимается мерой силового воздействия долота в его непрерывном действии на породу, и начальная скорость удара — в кратковременном, при завершении возможного отрыва от забоя. Сила лобового сопротивления будет обратно пропорциональна этим кинематическим величинам и прямо пропорциональна скорости погружения. Начальные условия послеударного процесса определяются согласно элементарной теории проникания ударника в грунт при однократном ударе. Действие текущего удара учитывается не напрямую по его силе, а через сравнение с введенным эталонным ударом по их начальным скоростям. Это позволяет предопределять саму возможность начала проникания долота в грунт сразу после удара, а также начальные скорости продольной и вращательной составляющих его движения — то, что ранее делать не удавалось. Для модели с долотом указанных видов приведены уравнения движения, где учтена динамика погружения БК без привлечения эмпирических соотношений. Стало возможным находить законы изменения скорости погружения и глубины скважины во времени, избежать нежелательных режимов бурения, получать ответы на другие возникающие вопросы. Показана возможность построения математически строгой теории бурения, применяемые принципы которой нетрудно будет распространить и на другие модели БК. Данная модель позволяет также предопределять оптимальный кусочно-постоянный закон изменения скорости подачи подвеса каната. Демонстрируется это при моделировании бурения вертикальной скважины в однородном слое породы известной прочности.

Ключевые слова: теория бурения; роторное бурение; бурильная колонна; крутильно-продольные автоколебания; сила лобового сопротивления; долото дробяще-скалывающего действия; долото режущего действия; эффект stick-slip.

Torsional-longitudinal self-oscillations of the drill string at piecewise constant feed rate of the rope of the talus system

V.A. Koronotov

Angarsk, Russia

kortavik@mail.ru

<https://orcid.org/0000-0002-1331-213X>

Received 31.08.2022, accepted 15.09.2022

A two-mass model of a drill string (DS) is given to describe torsional-longitudinal self-oscillations, taking into account the possibility of stick-slip effects and short-term separation of the bit from the face during the rotary drilling method. A drill string with a bit of two types is considered, namely, crushing-chipping and cutting actions, and the feed rate of the suspension rope is determined according to a piecewise constant law. The process of deepening a vertical well is described, taking into account the loss of rock strength in the face from force action. The value of the rotation frequency is taken as a measure of the forceful impact of the chisel in its continuous action on the rock, and the initial impact velocity is in the short term, at the end of a possible separation from the face. The drag force will be inversely proportional to these kinematic values and directly proportional to the speed of immersion. The initial conditions of the post-impact process are determined according to the elementary theory of penetration of the striker into the ground with a single impact. The effect of the current impact is taken into account not directly by its strength, but through comparison with the introduced reference impact by their initial velocities. This makes it possible to determine the very possibility of the beginning of penetration of the chisel into the ground immediately after impact, as well as the initial speeds of the longitudinal and rotational components of its movement – something that previously could not be done. For a model with a bit of these types, the equations of motion are given, where the dynamics of the immersion of the drill string is taken into account without involving empirical relations. It became possible to find the laws of change in the rate of immersion and the depth of the well over time, to avoid undesirable drilling modes, to get answers to other questions that arise. The possibility of constructing a mathematically rigorous drilling theory is shown, the applied principles of which will not be difficult to extend to other models of the drill string. This model also allows determining the optimal piecewise constant law of change in the feed rate of the suspension rope. This is demonstrated when modeling the drilling of a vertical well in a homogeneous rock layer of known strength.

Keywords: drilling theory; rotary drilling; drill string; torsional-longitudinal self-oscillations; drag force; crushing-chipping action chisel; cutting action chisel; stick-slip effect.

Введение. В настоящее время описывать процесс бурения с учетом погружения БК в скважине без привлечения эмпирических соотношений, если не брать во внимание работы автора (например, [1; 2]), удается только для бурильной колонны (БК) с долотом режущего действия. Достигается это благодаря выражению силы лобового сопротивления через функцию с запаздывающим аргументом, где время запаздывания учитывается для определения толщины срезаемого слоя грунта (например, [3–6]). Для долота дробяще-скалывающего действия этот путь будет неприменим, так как принцип действия у такого долота иной. Из-за возникающих сложностей решения дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом для таких моделей принимается основное допущение — величина запаздывания аргумента должна быть величиной постоянной [3–6]. Такое ограничение делает возможным моделирование только установившихся процессов бурения. Кроме того, к недостаткам такого подхода следует отнести и независимость силы лобового сопротивления от скорости погружения [7]. Такая сила вводится через две составляющие, определяющие режущее действие долота и фрикционные [7; 8]. Причем фрикционная составляющая определяется с нарушением необходимого условия применимости закона Амонтона – Кулона. Трущиеся тела должны совершать поступательное движение относительно друг друга, что для долота невыполнимо. Вызывают трудности ударные процессы, которые здесь допустимы в случаях кратковременного отрыва долота от забоя. Применяемая стереомеханическая теория удара [9; 10] не позволяет определять начальные условия для послеударного процесса. Они должны определять, начнется погружение БК сразу после нанесенного удара или нет, а если начнется, то с какой начальной скоростью это будет происходить. Взамен этого обычно упрощенно принимается, что погружение начнется при любом ударе, а начальная скорость погружения будет равна начальной скорости удара. Но это не так. Например, при ударе слабой силы погружение может не

начаться, а начальная скорость погружения не может быть равной начальной скорости удара, она равна нулю.

Другой существующий подход к моделированию бурения скважин сводится к тому, что в качестве лобового сопротивления применяются аналоги сил, которые используются в классической механике для похожих задач (например, [11–15]). Например, в виде постоянной или упругой силы либо заменяется сухим трением или силой трения скольжения — применяемых при моделировании погружения свай [10]. Но с помощью подобных сил, как показывает существующая практика, не удастся воспроизводить сам процесс погружения. Получаемые уравнения неспособны это делать. Погружение БК согласно получаемым уравнениям либо быстро прекращается, либо, наоборот, становится ускоренным — что не соответствует действительности. Не годятся и привычные зависимости от скорости погружения в линейном или квадратичном виде — в форме Резаля или Понселе, как это принято делать для тел движения со стороны воздушных масс или для ударника в грунтовых средах [16; 17]. При попытках задавать силу сопротивления в соответствии с промысловыми данными, прямо пропорционально скорости погружения и обратно — угловой скорости вращения долота в стандартном виде [13], возникают некорректности при значениях, равных нулю или близких к нему указанных кинематических величин. А такие случаи нередки в переходных режимах при приостановке вращения или погружения долота, а также при возникновении периодических автоколебаний. Например, когда вращение долота меняет свое направление — в моменты мгновенных остановок или при кратковременных заклиниваниях работы долота в поступательном и вращательном движениях. Такое происходит и при возникновении эффектов *stick-slip*, которые в последнее время привлекают особое внимание. Для избегания таких некорректностей, помимо уравнений механики, описывающих движение принятой модели, возникает необходимость в использовании эмпирических соотношений [13–15]. Таких далеко не точных приближенных соотношений в настоящее время

насчитывается около 16-ти [18; 19], и это только общепризнанных — все они подбираются исходя из наблюдений, получаемых в промысловой практике. Что, конечно же, делает науку о бурении далеко не точной, а полуэмпирической. Ни о какой математической строгости для таких моделей говорить не приходится. Так же, как и для моделей с запаздывающим аргументом, отсутствуют возможности определения начальных условий для возможного послеударного процесса, а при определении силы трения скольжения нарушается необходимое условие применимости закона о трении. Общие базовые уравнения, на основе которых можно было бы решать отдельные частные задачи бурения, отсутствуют. В принятых моделях БК не уточнялось, для долота какого действия — режущего или дробяще-скальвающего — они предназначаются, что тоже является большим недостатком.

Вышесказанное существенно затрудняет изучение возникающих в БК колебаний при обоих подходах. А такие колебания могут сильно влиять на производительность буровых работ. В настоящее время существующие работы посвящены главным образом изучению только простых колебаний БК (например, [11–15]) — крутильных или продольных. Наибольшего прогресса, по мнению автора, достигли в этом модели с запаздывающим аргументом [3–6] для БК с долотом режущего типа. Это модели с конечным числом степеней свободы, причем они позволяют моделировать и крутильно-продольные автоколебания. Но такие модели способны описывать только установившиеся колебания и без возможностей учета ударов. Как уже отмечалось, это является существенным недостатком такого подхода. При использовании методов классической механики рассматриваются главным образом модели с распределенными параметрами [11–15], где используется волновое уравнение, и акцент делается на выявление волновых явлений. Но эти волновые явления не учитывают главного — динамику погружения БК в скважине во время бурения, что тоже является существенным недостатком и сильно обесценивает получаемые результаты. Работы по изучению крутильно-продольных автоколебаний практически отсутствуют, нет и общепринятых моделей для них.

В данной работе применяются методы классической механики, без использования функций с запаздывающим аргументом. Рассматриваются крутильно-продольные автоколебания БК в двух вариантах воздействия на породу в забое: долотом дробяще-скальвающего и режущего действий. При описании работы БК с долотом дробяще-скальвающего действия будет показана математическая строгая теория бурения в твердых грунтах, а с долотом режущего типа — строгая теория бурения в мягких грунтах. Для преодоления указанных трудностей предлагается следующее:

1. При определении силы лобового сопротивления со стороны породы, действующей на долото, необходимо учитывать специфику грунтовых сред — возможность уменьшения прочности при оказании специального силового воздействия на них.

2. Для преодоления неприспособленности стереомеханической теории удара для такого рода задач

действие текущего удара на грунт оценивать не напрямую по его силе, а через сравнение с вводимым эталонным ударом.

3. Для корректного использования закона Амонтона – Кулона следует применять метод кинематических зон [20; 21], вносящий необходимые поправки при нахождении силы трения бокового трения БК или долота.

Для принятых моделей считается, что скорость подачи каната может изменяться по заранее неизвестному кусочно-постоянному закону. Вариант, когда скорость подачи каната строго постоянна и никак не меняется, может получаться как частный случай. Такие случаи могут возникать, например, при безостановочном бурении в очень мягких грунтах. В более сложных случаях бурения такой вариант подачи каната может приводить либо к его чрезмерному натягу — когда осевая сила, действующая на долото, может падать до минимума, либо — к ослаблению натяга до нулевого значения, когда осевая сила давления на долото достигает предельного значения. А такое при бурении нежелательно.

О силе лобового сопротивления. Предполагается, что мерой силового воздействия на породу в забое являются соответствующие кинематические величины, характеризующие работу долота режущего или дробяще-скальвающего действия. А именно:

✓ Для долота дробяще-скальвающего действия — это модуль угловой скорости $|\dot{\varphi}|$, говорящий о потере прочности при вращении долота φ в любом направлении. Здесь потеря прочности в текущем слое происходит из-за образования микро- и макротрещин в результате ударного действия инденторов (зубьев) при вращении шарошек долота. Трещины в поперечном направлении способствуют скалыванию отдельных небольших фрагментов породы, а в продольном направлении — частичной потере целостности среды в направлении погружения. Долото такого действия будет эффективно при бурении в твердых породах.

✓ Для долота режущего действия — это положительная угловая скорость вращения долота $\dot{\varphi}$, когда вращение направлено в сторону заостренных концов резцов, что должно способствовать потере прочности грунта. При вращении в противоположном направлении это будет соответствовать направлению затупленных (тыльных) концов у таких резцов, и уменьшение прочности грунта происходить не будет. Долото режущего действия эффективно для мягких, не твердых грунтов, когда потеря прочности теряется за счет появления полых или разрыхленных канавок, создаваемых резцами в текущем слое, нарушая его монолитность. Образование трещин в таких грунтах менее заметно, и поэтому применение долота дробяще-скальвающего действия здесь будет мало эффективно.

Перечисленные действия на породу будут непрерывными и будут тем сильнее, чем больше $|\dot{\varphi}|$ — в первом случае и положительное значение $\dot{\varphi}$ — во втором. С ростом этих величин ударное или режущее действие резцов долота на породу в забое будет более интенсивное, а значит, и прочность среды будет теряться быстрее. Предполагается, что острота зубьев долота с течением времени остается неизменной.

✓ Могут быть действия и импульсивного характера — при ударе БК в завершающий момент возможного отрыва долота от поверхности забоя скважины. Такой удар будет называться комбинированным, составляющими которого являются прямой и вращательные удары. В результате такого удара резко изменяются сразу две скорости — поступательной составляющей движения долота и вращательной. Силовое воздействие на породу в этом случае, согласно элементарной теории проникания ударника в грунт при однократном ударе [22–24], будет характеризоваться обобщенной начальной скоростью такого удара: $\dot{x}_- + aR\dot{\varphi}_-$, где $\dot{x}_-, \dot{\varphi}_-$ — начальные скорости составляющих комбинированного удара соответственно прямого и вращательного; a — безразмерный коэффициент пропорциональности, характеризующий отличия в изменении прочности среды, происходящие в продольном направлении от действия вращательного удара в сравнении с прямым ударом. Согласно элементарной теории проникания, текущий удар предполагается затухающим по закону: $e^{-g(x-x_{**})}$, где x, x_{**} — координаты, через которые определяются положения долота соответственно в текущий момент времени и в момент, где произошел последний удар БК о грунт забоя ($x \geq x_{**}$). В случаях нескольких ударов БК о забой, нанесенных в разные моменты времени, предлагается учитывать действие только последнего из них. Что будет оправдано, если допустить быстрое затухающее действия текущего удара на грунт в забое, когда $g \gg 1$. При отсутствии ударов следует считать, что $\dot{x}_- \equiv 0; \dot{\varphi}_- \equiv 0$.

Исходя из вышесказанных соображений, а также ранее полученных результатов элементарной теории проникания ударника в грунт при однократном ударе [22–24], силу лобового сопротивления со стороны породы при силовом воздействии на нее можно определять по одной из нижеприведенных формул. Только сам закон затухания в сравнении с указанной элементарной теорией проникания будет выражен несколько иначе, в более удобной форме для применения, сохраняя при этом качественную сторону.

При работе долота дробяще-скалывающего действия силу лобового сопротивления следует принять в таком виде:

$$F_c = F_0 \frac{\dot{x} + \Delta}{\dot{x} + bR|\dot{\varphi}| + b_1(\dot{x}_- + aR\dot{\varphi}_-)e^{-g(x-x_{**})} + \Delta}. \quad (1)$$

Здесь приняты такие обозначения: F_0 — наибольшая сила лобового сопротивления, подлежащая определению; b, b_1, Δ — коэффициенты аппроксимации, определяемые экспериментально; R — радиус долота; $\langle \cdot \rangle$ точкой обозначается дифференцирование по времени t . Заметим, формула (1), выражающая прямую пропорциональную зависимость от скорости погружения \dot{x} , и обратную — от угловой скорости вращения $\dot{\varphi}$ долота, что формально соответствует экспериментальным и данным промышленной практики [14; 15]. Наличие свободного слагаемого Δ гарантирует избегания упомянутых выше математических и физических некорректностей в области

нулевых значений для кинематических величин \dot{x} и $\dot{\varphi}$, а также позволяет определять эффекты *stick-slip*, когда $\dot{x} \equiv 0$ и $\dot{\varphi} \equiv 0$ по отдельности или одновременно. Здесь наличие слагаемых, пропорциональных соответственно $|\dot{\varphi}|$ и $\dot{x}_- + aR\dot{\varphi}_-$ в знаменатели формулы (1), говорит о потере прочности породы в результате непрерывного действия вращающимся долотом и за счет наносимых ударов БК о забой.

При отсутствии возможных ударов БК о породу в забое формула (1) примет вид:

$$F_c = F_0 \frac{\dot{x} + \Delta}{\dot{x} + bR|\dot{\varphi}| + \Delta}, \quad (2)$$

которая ранее использовалась автором для описания крутильных автоколебаний БК [1; 2].

Отметим также, что в момент возможного удара БК о забой сила лобового сопротивления со стороны породы будет определяться по формуле [24]:

$$F_c = F_0 \frac{\Delta}{b_1(\dot{x}_- + aR\dot{\varphi}_-) + \Delta}. \quad (3)$$

При работе долота режущего действия силу лобового сопротивления следует определять в таком виде:

$$F_c = \begin{cases} F_0 \frac{\dot{x} + \Delta}{\dot{x} + bR\dot{\varphi} + b_1(\dot{x}_- + aR\dot{\varphi}_-)e^{-g(x-x_{**})} + \Delta}, & \text{if } \dot{\varphi} > 0; \\ F_0 \frac{\dot{x} + \Delta}{\dot{x} + b_1(\dot{x}_- + aR\dot{\varphi}_-)e^{-g(x-x_{**})} + \Delta}, & \text{if } \dot{\varphi} \leq 0. \end{cases} \quad (4)$$

Наличие в знаменателе выражения (4) слагаемого, пропорционального положительной угловой скорости $\dot{\varphi}$, говорит об учете потери прочности грунта при вращении долота в сторону острых концов резов долота.

Возможные режимы бурения. При бурении вертикальных скважин могут возникать такие варианты погружения БК и перехода к ним:

1. Нормальный режим — когда идет безостановочное углубление скважины, долото БК вращается с угловой скоростью, достаточной для разрушения породы в забое, долото режущего действия при этом вращается в нужном направлении, в сторону острых концов резов.

2. Холостой режим — когда углубление скважины не происходит, а угловая скорость долота недостаточно высока для разрушения породы в забое; для долота режущего действия, дополнительно к этому, вращение лопастей может происходить в противоположную сторону от направления заостренных концов резов.

3. Режим отрыва долота от дна забоя — когда происходит кратковременное прекращение контакта долота с породой в забое. Что может произойти в моменты, когда упругая продольная сила становится равной или больше веса БК и направлена вверх.

4. Кратковременный режим удара — в момент окончания режима отрыва долота от дна забоя при возобновлении контакта. Удар может приводить либо к нормальному режиму бурения, либо — к холостому, и влияет на начальные условия этих режимов.

5. Переход от холостого режима к нормальному может происходить как под воздействием возможного удара, так и непрерывного силового, создаваемого вращающимся долотом — либо по отдельности, либо при их совместном действии.

6. Переход от одной скорости подачи каната талевого системы к другой, которая задается согласно кусочно-постоянному закону, что необходимо для поддержания желаемой силы осевого давления на долото.

Здесь при подаче каната с заданной скоростью v может оказаться, что эта скорость либо превышает скорость углубления скважины при медленном погружении БК, либо, при быстром погружении, — будет меньше нее. Первый случай приведет к ослаблению натяжения каната, вплоть до его полного провисания, так как канат может работать только на растяжение. В этом случае на долото передается максимально возможная сила осевого давления, а канат перестает воспринимать на себя часть веса БК в виде силы натяжения. Во втором случае — сила осевого давления на долото может уменьшиться до минимума, что тоже нежелательно. Заранее подобрать оптимальную неизменную скорость подачи каната — задача очень сложная и далеко не всегда осуществимая. Предусмотреть возможность кратковременных остановок в погружении БК заранее не получится, а значит, и предугадать, когда натяжение каната может полностью исчезнуть. Чтобы не возникали такие крайние случаи, вместо срамливания каната с постоянной скоростью следует это делать путем регулирования ее изменения кусочно-постоянным законом. Достигнуть этого можно, увеличивая или уменьшая скорость подачи каната, например, в два раза в те моменты, когда его натяжение будет достигать критических значений — максимального или минимального. Что будет показано на примере нижеприведенной модели БК.

Моменты переключения с одного режима погружения БК на другой определяются через сравнение динамического предельного допустимого напряжения с текущим статическим, возникающих в близлежащей области забоя около долота. Возможные отрывы БК от забоя устанавливаются с помощью введенной функции влияния, определяющей силу осевого давления на долото БК. Нахождение начальных условий сразу после удара делается с помощью элементарной теории проникания ударника в грунт [22–24].

Двухмассовая модель бурильной колонны. Для модели БК, изображенной на рисунке, в соответствии с аббревиатурой английских названий приняты обозначения: DS — обыкновенные бурильные трубы, ВНА — утяжеленные, которые будем считать жестко связанными с долотом, и в дальнейшем будут восприниматься как единое целое. Трубы DS, считается, обладают крутильной упругостью, жесткости

$c_\varphi = \frac{G_{DS} F_{DS}}{nL}$ и упругостью растяжения-сжатия,

жесткости $c_x = \frac{E_{DS} F_{DS}}{nL}$, где E_{DS}, G_{DS}, F_{DS} —

соответственно модули упругости и сдвига, площадь

поперечного сечения; L — длина одной трубы; n — число таких труб. Трубы ВНА считаются абсолютно жесткими, так же, как и ведущая труба длины L , массы m_1 , которая закручивается с постоянной угловой скоростью ω . Ведущая труба подвешена на канате талевого системы, натяжение которого определяется по формуле:

$$T = \begin{cases} c_k(x_1 - vt), & \text{if } x_1 - vt > 0; \\ 0, & \text{if } x_1 - vt \leq 0. \end{cases} \quad (5)$$

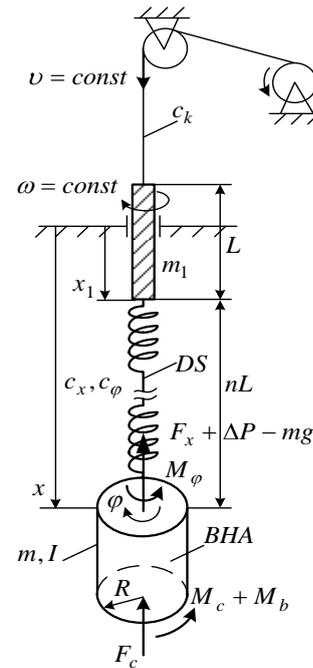


Рис. Двухмассовая модель бурильной колонны (DS — обыкновенные трубы; ВНА — утяжеленные)

В приведенной формуле (5) учтено, что канат работает только на растяжение. Здесь c_k, v, x_1 — соответственно жесткость каната; постоянная скорость подачи каната, направленная вниз; координата, определяющая положение центра тяжести нижнего сечения ведущей трубы относительно устья скважины в направлении вертикали вниз к забою. Трубы ВНА имеют массу m , осевой момент инерции I , общую длину $L_{ВНА}$, а координаты положения принимаются такие: φ, x — соответственно угол поворота и перемещение центра верхнего сечения в направлении к устью скважины в направлении той же оси, что была выбрана при определении координаты x_1 . Глубина скважины H определяется через координату x так: $H = x + L_{ВНА}$. Скорость погружения и угловая скорость долота будут такие же, как у ВНА, которые равны \dot{x} и $\dot{\varphi}$ (на рисунке). Упругая часть колонны DS в дальнейшем заменяется двумя пружинами — кручения и растяжения-сжатия. Поперечные деформации для данной модели не учитываются. Предполагается, что

кусочно-постоянный закон изменения скорости v подачи каната, формируется из таких условий:

$$\begin{aligned} v &= v_0 : \text{if } \beta_1 mg < c_k(x_1 - vt) < \beta_2 mg; \\ &\text{if } c_k(x_1 - vt) \geq \beta_2 mg : v = 2v; \\ &\text{if } c_k(x_1 - vt) \leq \beta_1 mg : v = 0.5v, \end{aligned}$$

где выбор начальных параметров может быть, например, такой: $v_0 = 1m/c$; $\beta_1 = 0.2$; $\beta_2 = 0.8$. Боковое трение БК не учитывается, так как скважина прямолинейна, а искривление БК отсутствует. Долото описанной модели БК может быть дробяще-скалывающего или режущего действия. Выбор долота зависит от свойств породы в забое. Для твердых пород долото должно быть дробяще-скалывающего действия; для мягких и не твердых пород — режущего действия. В забое скважины возникают сила лобового сопротивления F_c и момент верчения M_c . Сила лобового сопротивления определяется по формуле (1) или (4) — в зависимости от выбора долота, а момент верчения — согласно закону Кулона: $M_c = -\rho F_c$, где ρ — удельный коэффициент момента верчения на единицу давления в забое:

$$\rho = \begin{cases} \rho_0 \text{sign} \dot{\varphi}, & \text{if } \dot{\varphi} \neq 0; \\ \rho = [-\rho_1, \rho_1] & \text{if } \dot{\varphi} \equiv 0, (\varepsilon = \rho_1/\rho_0 \geq 1) \end{cases} \quad (6)$$

Моментом вязкого сопротивления $M_b = -\mu \dot{\varphi}$ учитывается влияние промывочной жидкости на работу долота, где μ — коэффициент вязкого сопротивления. Нелинейные продольная сила упругости и момент кручения, передающиеся со стороны упругой части БК, равны:

$$F_x = -c_x(x - x_1 - nL) \left[1 + c_1(x - x_1 - nL)^2 \right]$$

$$M_\varphi = -c_\varphi(\varphi - \omega t) \left[1 + c_2(\varphi - \omega t)^2 \right]$$

где c_1, c_2 — поправочные коэффициенты для учета нелинейных составляющих соответственно деформаций растяжения-сжатия и кручения. Добавочное продольное усилие ΔP , возникающее при больших углах закрутки БК со стороны пружины кручения, когда та стремится уменьшить свои продольные размеры, равно [25]:

$$\Delta P = \frac{E_{DS} J_{DS}}{2(nL)^2} (\varphi - \omega t)^2, \text{ где } J_{DS} - \text{ момент инерции}$$

поперечного сечения труб DS. Оно возникает вследствие того, что скручивание носит стесненный характер, когда укорочения пружины не происходит, а возникает дополнительное продольное усилие.

Об учете влияния ударов. Данная модель БК предусматривает возможность кратковременного отрыва долота от породы в забое, а значит, и последующего удара в момент возобновления контакта. Такой удар может сильно влиять на начальные условия послеударного режима. Как уже отмечалось, стереомеханическая теория удара [9; 10] напрямую не позволяет найти ответы на такие вопросы, так как не предусматривает определение силы наносимого удара. Поэтому в соответствие с тем, как это сделано в

элементарной теории проникания ударника в грунт при однократном ударе, предлагается ввести эталонный удар [22–24]. Сравнивая с которым можно было бы учесть влияние текущего удара на послеударный процесс, на его начальные условия. Без определения силы самих ударов. Эталонный удар среди других возможных текущих ударов БК о забой можно выделить по его начальной скорости. Сделаем следующие определения:

- холостой удар — это такой удар, силы которого будет недостаточно для начала погружения БК в грунт;
- эффективный удар — удар, который приводит к началу погружения БК в грунт забоя;
- эталонный удар — такой по силе удар, который разделяет между собой холостые и эффективные удары и является наиболее сильным из всех возможных холостых ударов, когда начало погружения еще неосуществимо.

Погружение БК в грунт не произойдет, если начальная скорость текущего удара будет меньше или равна начальной скорости эталонного удара. И произойдет, согласно работе [24], с начальной скоростью:

$$\dot{x}_0 + aR\dot{\varphi}_0 = \dot{x}_- + aR\dot{\varphi}_- - (\dot{x}_- + aR\dot{\varphi}_-)_*, \quad (7)$$

если начальная обобщенная скорость текущего удара $\dot{x}_- + aR\dot{\varphi}_-$ будет больше начальной скорости эталонного удара $(\dot{x}_- + aR\dot{\varphi}_-)_*$, где $\dot{x}_0, \dot{\varphi}_0$ — начальные скорости погружения и вращения долота. Такое равенство было строго получено с использованием теории Герца [9; 10], а в стереомеханической теории удара его можно будет принять лишь как гипотезу. Определение начальной скорости $(\dot{x}_- + aR\dot{\varphi}_-)_*$ будет сделано ниже.

Предполагается также, что холостой удар является абсолютно неупругим [22–24], при котором в момент удара направление вращения долота измениться не может, и отскок долота от забоя невозможен.

Строгая теория бурения на примере принятой модели БК. Для построения математической строгой теории бурения для принятой модели (см. рисунок) необходимо привести уравнения, из которых можно было бы получить ответы на все интересующие вопросы. Причем без привлечения каких-либо вспомогательных эмпирических соотношений, обычно применяемых в таких случаях. Это будет сделано для случаев бурения вертикальной скважины роторным способом как в твердых породах — с долотом дробяще-скалывающего действия, так и в мягких или не очень твердых грунтах — с долотом режущего типа.

Получаемые уравнения, записанные с помощью обыкновенных дифференциальных уравнений, имеют нелинейный вид и подразумевают переключение с одного возможного режима бурения на другой — в соответствии с перечисленными выше вариантами погружения БК. Для записи уравнений в компактном виде для введенной динамической модели БК с долотом дробяще-скалывающего и режущего действий введем следующие обозначения.

✓ Функция влияния:

$$f(t) = 1 - \frac{c_x}{mg}(x - x_1 - nL) \times \left[1 + c_1(x - x_1 - nL)^2 \right] - \frac{E_{DS} J_{DS}}{2mg(nL)^2} (\varphi - \omega t)^2, \quad (8)$$

с помощью которой определяется сила осевого давления на долото в текущий момент времени.

✓ Модуль критической угловой скорости долота $|\dot{\varphi}|_*$ для долота дробяще-скалывающего действия:

$$|\dot{\varphi}|_* = \frac{\Delta}{bR} \left\{ \frac{n_1}{f(t)} - 1 - \frac{b_1}{\Delta} (\dot{x}_- + aR\dot{\varphi}_-) e^{-g(x-x_{**})} \right\} \quad (9)$$

и критическое значение положительной угловой скорости для долота режущего действия:

$$\dot{\varphi}_* = |\dot{\varphi}|_*, \text{ if } \dot{\varphi}_* > 0, \quad (10)$$

превышение которых будет приводить к началу погружения БК в грунт забоя. Здесь и далее знаком тильда $\langle \sim \rangle$ обозначаются только те величины, которые характеризуют работу долота режущего действия и которые отличаются от аналогичной величины долота дробяще-скалывающего действия. Например, в приведенной формуле (10) показана связь между такими величинами: критической частотой вращения $\dot{\varphi}_*$ долота режущего действия, с аналогичной критической частотой $\dot{\varphi}_*$ долота дробяще-скалывающего действия, которые могут отличаться друг от друга.

✓ Мера силового воздействия на породу устанавливается через коэффициенты динамичности k и \tilde{k} :

$$k = 1 + \frac{bR}{\Delta} |\dot{\varphi}| + \frac{b_1}{\Delta} (\dot{x}_- + aR\dot{\varphi}_-) e^{-g(x-x_{**})}; \quad (11)$$

$$\tilde{k} = \begin{cases} k, & \text{if } \dot{\varphi} > 0; \\ 1 + \frac{b_1}{\Delta} (\dot{x}_- + aR\dot{\varphi}_-) e^{-g(x-x_{**})}, & \text{if } \dot{\varphi} \leq 0. \end{cases} \quad (12)$$

Вспомогательные функции G и \tilde{G} для формул (1) и (4), показывающая уменьшение силы лобового сопротивления от силового воздействия на породу в забое, определяются следующим образом:

$$G(t) = \frac{\dot{x} + \Delta}{\dot{x} + bR|\dot{\varphi}| + b_1(\dot{x}_- + aR\dot{\varphi}_-) e^{-g(x-x_{**})} + \Delta}; \quad (13)$$

$$\tilde{G}(t) = \begin{cases} G(t), & \text{if } \dot{\varphi} > 0; \\ \frac{\dot{x} + \Delta}{\dot{x} + b_1(\dot{x}_- + aR\dot{\varphi}_-) e^{-g(x-x_{**})} + \Delta}, & \text{if } \dot{\varphi} \leq 0. \end{cases} \quad (14)$$

✓ Запас прочности грунта от действия силы тяжести ВНА равен $n_1 = \sigma_1 / \sigma_0$, где σ_1 — предельно допустимое нормальное напряжение грунта; $\sigma_0 = mg / S$, где S — усредненная площадь пятна контакта долота с породой.

Задав текущую длину упругой части БК через значение n — число свинченных труб DS, начальные условия при моделировании процесса погружения БК можно принять такими:

$$v = 1; \beta_1 = 0.2; \beta_2 = 0.8; x_{**} = 0; \dot{x}_- = 0; \dot{\varphi}_- = 0.$$

$$x_0 = nL; \dot{x}_0 = 0;$$

$$x_{10} = 0.5(\beta_1 + \beta_2)mg / c_k; \dot{x}_{10} = 0; \quad (15)$$

$$\varphi_0 = 0; \dot{\varphi}_0 = \omega.$$

Работа БК с долотом дробяще-скалывающего действия в нормальном и холостом режимах (см. рисунок) будет описываться с помощью следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} \text{if } f(t) > 0; x \geq x_{**}; nL \leq x \leq (n+1)L; 0 \leq x_1 \leq L: \\ m_1 \ddot{x}_1 - mg \left[\frac{m+m_1}{m} - f(t) \right] = \begin{cases} -c_k(x_1 - vt), & \text{if } \beta_1 mg < c_k(x_1 - vt) < \beta_2 mg; \\ \text{if } c_k(x_1 - vt) \geq \beta_2 mg : v = 2v; \\ \text{if } c_k(x_1 - vt) \leq \beta_1 mg : v = 0.5v; \end{cases} \\ \dot{x} \equiv 0: \text{ if } |\dot{\varphi}| \leq |\dot{\varphi}|_*; \\ \dot{x} \geq 0: \ddot{x} = gf(t) - n_1 gG(t), \text{ if } x \geq x_{**}, |\dot{\varphi}| > |\dot{\varphi}|_*; \\ \dot{\varphi} \equiv 0: \text{ if } |\varphi - \omega t| \left[1 + c_2(\varphi - \omega t)^2 \right] < \frac{\rho_1 mg}{c_\varphi} f(t); \\ \dot{\varphi} \neq 0: I\ddot{\varphi} + c_\varphi(\varphi - \omega t) \left[1 + c_2(\varphi - \omega t)^2 \right] + \mu\dot{\varphi} = -\rho_0 mg \begin{cases} n_1 G(t) \text{ sign } \dot{\varphi}, & \text{if } |\dot{\varphi}| > |\dot{\varphi}|_*; \\ f(t), & \text{if } |\dot{\varphi}| \leq |\dot{\varphi}|_*. \end{cases} \end{cases} \quad (16)$$

Работа БК с долотом режущего действия описывается точно такой же системой уравнений (16), только в ней следует предусмотреть такие замены: $\dot{\varphi}_* \rightarrow \dot{\varphi}_*$; $k \rightarrow \tilde{k}$; $G(t) \rightarrow \tilde{G}(t)$; а также в условиях проверки убрать знак модуля для частоты вращения: $|\dot{\varphi}_*| \rightarrow \dot{\varphi}_*$; $|\dot{\varphi}| \rightarrow \dot{\varphi}$. Кусочно-постоянный закон изменения скорости v подачи каната талевой системы

будет определяться по указанному алгоритму в процессе численного решения системы дифференциальных уравнений (16). Заранее его определить невозможно.

Режим кратковременного отрыва долота от забоя, до возобновления контакта, будет описываться такими уравнениями:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{if } x \leq x_{**} : \\ m_1 \ddot{x}_1 - mg \left[\frac{m+m_1}{m} - f(t) \right] = \\ \left\{ \begin{array}{l} -c_k(x_1 - vt), \text{ if } \beta_1 mg < c_k(x_1 - vt) < \beta_2 mg; \\ \text{if } c_k(x_1 - vt) \geq \beta_2 mg : v = 2v; \\ \text{if } c_k(x_1 - vt) \leq \beta_1 mg : v = 0.5v; \end{array} \right. \\ \ddot{x} = gf(t); \\ I\ddot{\varphi} = -c_\varphi(\varphi - \omega t) \left[1 + c_2(\varphi - \omega t)^2 \right] \end{array} \right. \quad (17)$$

где x_{**} — координата отрыва долота от забоя, находится из условия: $f(t)=0 \Rightarrow x_{**} = x$. Система уравнений (17) необходима для определения начальных скоростей у составляющих комбинированного удара $\dot{x}_- = \dot{x}|_{x=x_{**}}$; $\dot{\varphi}_- = \dot{\varphi}|_{x=x_{**}}$. Удар в момент соприкосновения долота с грунтом забоя, когда $x = x_{**}$, описывается так:

$$\left\{ \begin{array}{l} m\dot{x}_0 - m\dot{x}_- = S_n; \\ I\dot{\varphi}_0 - I\dot{\varphi}_- = S_\tau; \\ S_\tau = \rho S_n, \end{array} \right. \quad (18)$$

где связь между нормальным S_n и касательным S_τ ударными импульсами выражена в соответствии с гипотезой Рауса. Система уравнений (18) содержит три уравнения и четыре неизвестных. Для записи недостающего уравнения следует использовать уравнение (7), но сначала необходимо определить начальную скорость эталонного удара. Воспользуемся равенством, выражающим баланс осевой силы, действующей на долото, с лобовым сопротивлением со стороны грунта сразу после холостого удара:

$$mgf(t) - F_0 \frac{1}{k} = 0.$$

Откуда, после деления на усредненную площадь S пятна контакта долота с породой, следует, что:

$$\sigma - k \frac{\sigma}{k} = 0 \Rightarrow \sigma_d = \frac{\sigma}{k} \Rightarrow \sigma_{d1} = \frac{\sigma_1}{k_*},$$

где $\sigma = \sigma_0 f(x - x_1, \varphi - \omega t)$. Здесь $\sigma_d, \sigma_{d1}, k_*$ — соответственно динамическое, предельно-допустимое динамическое напряжение и коэффициент динамичности для предельного-равновесного состояния долота перед погружением. Предельно-равновесное состояние БК в забое после наибольшего по силе холостого удара возникает, когда $\sigma_{d1} = \sigma$, откуда находим критическую скорость для эталонного комбинированного удара:

$$\left(\dot{x}_- + aR\dot{\varphi}_- \right)_* = \frac{\Delta}{b_1} \left[\frac{n_1}{f(t)} - 1 \right]. \quad (19)$$

Найденное значение критической скорости позволяет теперь воспользоваться равенством (7) для нахождения решений системы уравнений (18) при

определении начальных скоростей $\dot{x}_0, \dot{\varphi}_0$ по отдельности, что необходимо для описания послееударного процесса. При ударе БК о забой могут возникать такие случаи:

$$\left(\dot{x}_- + aR\dot{\varphi}_- \right) > \left(\dot{x}_- + aR\dot{\varphi}_- \right)_*$$

или:

$$\left(\dot{x}_- + aR\dot{\varphi}_- \right) \leq \left(\dot{x}_- + aR\dot{\varphi}_- \right)_* ;$$

здесь при выполнении первого условия погружение начнется, а при выполнении второго — нет. Возникает возможность описать послееударное состояние БК с теперь уже определяемыми начальными условиями: $x_0 = x_{**}; \varphi_0 = \varphi|_{x=x_{**}}; x_{10} = x_1|_{x=x_{**}}; \dot{x}_{10} = \dot{x}_1|_{x=x_{**}}$ из системы (17), а $\dot{x}_0, \dot{\varphi}_0$ — из уравнений (7) и (18) с учетом равенства (19).

Записанные выше формулы (9) и (10) для нахождения критических значений модуля угловой скорости $|\dot{\varphi}|_*$ для долота дробяще-скалывающего

действия и положительной угловой скорости $\dot{\varphi}_*$ для долота режущего действия, необходимых для выхода из холостого режима бурения, определяются аналогичным образом. Как это было показано при нахождении критической обобщенной начальной скорости эталонного удара. Только вместо начальной скорости удара определяющим теперь будет являться модуль или положительное значение угловой скорости вращения долота — в зависимости от того, для какого долота определяется критическое значение.

Начальные кинематические состояния долота будут зависеть от силы удара, т. е. от начальных скоростей, характеризующих комбинированный удар. Считая, что $q = m/I$, для этих состояний начальные скорости послееударного процесса будут определяться так [24]:

а) начало погружения БК с вращением долота, что может произойти, когда:

$$\dot{x}_- > \frac{1}{1 + \rho_0 Ra q} \frac{\Delta}{b_1} \left[\frac{n_1}{f(t)} - 1 \right]; \dot{\varphi}_- > \frac{\rho_0 q}{1 + \rho_0 Ra q} \frac{\Delta}{b_1} \left[\frac{n_1}{f(t)} - 1 \right].$$

Тогда начальные скорости погружения и вращения долота будут равны:

$$\begin{aligned} \dot{x}_0 &= \dot{x}_- - \frac{1}{1 + \rho_0 Ra q} \frac{\Delta}{b_1} \left[\frac{n_1}{f(t)} - 1 \right]; \\ \dot{\varphi}_0 &= \dot{\varphi}_- - \frac{\rho_0 q}{1 + \rho_0 Ra q} \frac{\Delta}{b_1} \left[\frac{n_1}{f(t)} - 1 \right]. \end{aligned}$$

б) вращение долота без погружения БК, что может произойти, когда:

$$\dot{x}_- \leq \frac{1}{1 + \rho_0 Ra q} \frac{\Delta}{b_1} \left[\frac{n_1}{f(t)} - 1 \right]; \dot{\varphi}_- > \frac{\rho_0 q}{1 + \rho_0 Ra q} \frac{\Delta}{b_1} \left[\frac{n_1}{f(t)} - 1 \right].$$

Тогда начальные скорости равны:

$$\dot{x}_0 = 0; \dot{\varphi}_0 = \dot{\varphi}_- - \rho_0 q \dot{x}_-.$$

с) погружение БК без вращения долота, что может произойти, когда:

$$\dot{x}_- > \frac{1}{1 + \rho_1 Raq} \frac{\Delta}{b_1} \left[\frac{n_1}{f(t)} - 1 \right]; \dot{\varphi}_- \leq \frac{\rho_1 q}{1 + \rho_1 Raq} \frac{\Delta}{b_1} \left[\frac{n_1}{f(t)} - 1 \right].$$

Тогда начальные скорости равны:

$$\dot{x}_0 = \dot{x}_- + aR\dot{\varphi}_- - \frac{\Delta}{b_1} \left[\frac{n_1}{f(t)} - 1 \right]; \dot{\varphi}_0 = 0.$$

d) остановка вращения долота без погружения БК, что может произойти, когда:

$$\dot{x}_- \leq \frac{1}{1 + \rho_1 Raq} \frac{\Delta}{b_1} \left[\frac{n_1}{f(t)} - 1 \right]; \dot{\varphi}_- \leq \frac{\rho_1 q}{1 + \rho_1 Raq} \frac{\Delta}{b_1} \left[\frac{n_1}{f(t)} - 1 \right].$$

Тогда начальные скорости равны: $\dot{x}_0 = 0$; $\dot{\varphi}_0 = 0$.

Это дает возможность описать послеударное состояние БК с такими начальными условиями:

$$x_0 = x_{**}; \varphi_0 = \varphi|_{x=x_{**}}; x_{10} = x_1|_{x=x_{**}}; \dot{x}_{10} = \dot{x}_1|_{x=x_{**}},$$

а \dot{x}_0 , $\dot{\varphi}_0$ — находятся по формулам одного из пунктов a , b , c или d , выбор которого зависит от вычисляемых скоростей \dot{x}_- , $\dot{\varphi}_-$.

Уравнения (16)–(18), (7), (19) с условиями переключения и начальными условиями (15) полностью определяют работу БК при погружении как с долотом дробяще-скалывающего действия, так и режущего, т. е. как в твердых, так и в мягких, не твердых грунтах.

Литература

1. Коронатов В.А. Начала построения строгой теории бурения // Системы. Методы. Технологии. 2016. № 4 (32). С. 83-94.
2. Коронатов В.А. Основы математически строгой теории глубокого бурения // Системы. Методы. Технологии. 2020. № 2 (46). С. 23-29.
3. Richard T., Germy C., Detournay E. A simplified model to explore the root cause of stick-slip vibrations in drilling systems with drag bits. *Journal of Sound and Vibration*. 2007. V. 305. № 3. P. 432-456.
4. Besselink B., van de Wouw N., Nijmeijer H. A semi-analytical of stick-slip oscillations in drilling systems // *ASME Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*. 2011. V. 6. P. 021006 (9 pages).
5. Нургалеев А.Р., Тихонов В.С. Численное моделирование колебаний КНБК в режиме stick-slip при бурении долотами PDC // Нефть. Газ. Новации. 2011. № 1 (144). С. 12-15.
6. Tang L., Guo B., Zhu X., Shi Ch., Zhou Y. Stick-slip vibrations in oil well drillstring: A review // *Journal of Low Frequency Noise, Vibration and Active Control*. 2020. V. 12. P. 1-23.
7. Detournay E., Defourny P. A phenomenological model for the drilling action of drag bits // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*. 1992. V. 29. № 1. P. 13-23.
8. Monteiro H.L.S., Trindade M.A. Performance analysis of proportional-integral feedback control for the reduction of stick-slip-induced torsional vibrations in oil well drillstrings // *Journal of Sound and Vibration*. 2017. V. 398. P. 28-38.
9. Гольдсмит В. Удар. Теория и физические свойства соударяемых тел. М.: Изд-во лит. по строительству, 1985. 448 с.
10. Тарасов В.Н., Бояркина И.В., Коваленко М.В., Кузнецов С.М., Шлегель И.Ф. Теория удара в строительстве и машиностроении. М.: Изд-во АСВ, 2006. 336 с.
11. Балицкий П.В. Взаимодействие бурильной колонны с забоем скважины. М.: Недра, 1975. 293 с.
12. Мирзаджанзаде А.Х., Керимов З.Г., Копейкис М.Г. Теория колебаний в нефтепромысловом деле. М.: Ижевск: Ин-т компьютерных исследований, 2005. 364 с.
13. Белокобыльский С.В. Динамика систем с сухим трением и ее приложение к задачам горной механики. М.: Машиностроение, 2002. 209 с.
14. Юнин Е.К., Хегай В.К. Динамика глубокого бурения. М.: Недра-Бизнесцентр, 2004. 286 с.
15. Юнин Е.К. Автоколебания в глубоком бурении. М.: ЛИБРОКОМ, 2013. 264 с.
16. Сагомоян А.Я. Проникание. М.: Изд-во МГУ, 1974. 299 с.
17. Аптуков В.Н., Фонарев А.В. Приближенная оценка глубины проникания свай в грунт при многократном ударе // *Вестн. Пермского ун-та. Математика. Механика. Информатика*. 2010. Вып. 2 (2). С. 41-45.
18. Синеев С.В. Модели процесса бурения и их практическое использование // *Вестн. Ассоциации буровых подрядчиков*. 2009. № 3. С. 35-44.
19. Синеев С.В. Режимы бурения и особенности дифференциального давления в формировании механической скорости // *Строительство нефтяных и газовых скважин на суше и на море*. 2012. № 3. С. 7-14.
20. Коронатов В.А. О сухом трении при непоступательном скольжении тела и критика теории Контенсу - Журавлева // *Системы. Методы. Технологии*. 2019. № 1 (41). С. 21-28.
21. Коронатов В.А. О применении закона Кулона при скольжении тел, движущихся не поступательно, и

Результаты численного счета будут приведены в отдельной статье.

Заключение. Предложены варианты построения математически строгой теории бурения в твердых грунтах — для БК с долотом дробяще-скалывающего действия и строгой теории бурения в мягких и не твердых грунтах — с долотом режущего типа. Сделано это на примере описания крутильно-продольных автоколебаний БК с учетом возникновения эффектов *stick-slip* и возможных кратковременных отрывов долота от забоя, с последующими ударами при их завершении. При нахождении силы лобового сопротивления учитывалась ее зависимость от скорости погружения и от потери прочности грунта при силовом воздействии на него. Потеря прочности грунта может создаваться вращающимся долотом как в результате непрерывного действия, так и кратковременного — при возможных ударах БК о породу в забое. Начальные условия послеударного режима определялись не напрямую по силе текущего удара, а через сравнение его с введенным эталонным ударом, по их начальным скоростям. Для скорости подачи каната подвеса при опускании БК в скважину предусмотрен заранее неизвестный кусочно-постоянный закон ее изменения, исключающий возможность возникновения экстремальных значений для силы осевого давления на долото. Использование каких-либо эмпирических соотношений здесь не предполагается.

- парадоксах Пенлеве // Системы. Методы. Технологии. 2019. № 4 (44). С. 25-35.
22. Коронатов В.А. Элементарная теория проникания ударника в твердые грунтовые среды при однократном ударе, с учетом возникающих трещин // Системы. Методы. Технологии. 2021. № 1 (49). С. 25-33.
 23. Коронатов В.А. Применение элементарной теории проникания ударника в грунтовые среды при однократном ударе // Системы. Методы. Технологии. 2021. № 3 (51). С. 25-34.
 24. Коронатов В.А. Обобщение элементарной теории проникания в грунтовые среды при однократном ударе на случай вращающегося ударника // Системы. Методы. Технологии. 2022. № 1 (53). С. 21-29.
 25. Нагаев Р.Ф., Исаков К.А., Лебедев Н.А. Динамика горных машин. СПб.: Изд-во СППГИ (ТУ), 1996. 155 с.
 9. Gol'dsmit V. Udar. Theory and physical properties of colliding bodies. M.: Izd-vo lit. po stroitel'stvu, 1985. 448 p.
 10. Tarasov V.N., Boyarkina I.V., Kovalenko M.V., Kuznecov S.M., SHlegel' I.F. Theory of impact in construction and machine-building. M.: Izd-vo ASV, 2006. 336 p.
 11. Balickij P.V. Interaction of the drill string with the bottom of the well. M.: Nedra, 1975. 293 p.
 12. Mirzadzhanzade A.H., Kerimov Z.G., Kopejkis M.G. Theory of oscillations in oilfield business. M.: Izhevsk: In-komp'yuternyh issledovanij, 2005. 364 p.
 13. Belokobyl'skij S.V. Dynamics of systems with dry friction and its application to problems of mining mechanics. M.: Mashinostroenie, 2002. 209 p.
 14. YUnin E.K., Hegaj V.K. Dynamics of deep drilling. M.: Nedra-Biznescentr, 2004. 286 p.
 15. YUnin E.K. Self-oscillations in deep drilling. M.: LIBRO-KOM, 2013. 264 p.
 16. Sagomonyan A.YA. Penetration. M.: Izd-vo MGU, 1974. 299 p.
 17. Aptukov V.N., Fonarev A.V. Approximate estimation of the depth of penetration of a pile into the ground with repeated impact // Bulletin of Perm state university. Mathematics. Mechanics. Information science. 2010. Vyp. 2 (2). P. 41-45.
 18. Sineev S.V. Models of the drilling process and their practical use // Reporter of the Association of Drilling Contractors. 2009. № 3. P. 35-44.
 19. Sineev S.V. Drilling modes and features of differential pressure in the formation of mechanical velocity // Construction of oil and gas wells by land and by sea. 2012. № 3. P. 7-14.
 20. Koronатов V.A. On dry friction during non-accessible sliding of the body and criticism of the Contensu-Zhuravlev theory // Systems. Methods. Technologies. 2019. № 1 (41). P. 21-28.
 21. Koronатов V.A. On the application of Coulomb's law in the sliding of bodies moving non-translationally and the paradoxes of Painlevé // Systems. Methods. Technologies. 2019. № 4 (44). P. 25-35.
 22. Koronатов V.A. Elementary theory of penetration of a striker into solid ground media with a single impact, taking into account emerging cracks // Systems. Methods. Technologies. 2021. № 1 (49). P. 25-33.
 23. Koronатов V.A. Application of the elementary theory of penetration of a striker into ground media with a single impact // Systems. Methods. Technologies. 2021. № 3 (51). P. 25-34.
 24. Koronатов V.A. Generalization of the elementary theory of penetration into ground media with a single impact in the case of a rotating impactor // Systems. Methods. Technologies. 2022. № 1 (53). P. 21-29.
 25. Nagaev R.F., Isakov K.A., Lebedev N.A. Dynamics of mining machines. SPb.: Izd-vo SPPGI (TU), 1996. 155 p.

References

1. Koronатов V.A. The beginning of the construction of a strict theory of drilling // Systems. Methods. Technologies. 2016. № 4 (32). P. 83-94.
2. Koronатов V.A. Fundamentals of mathematically rigorous theory of deep drilling // Systems. Methods. Technologies. 2020. № 2 (46). P. 23-29.
3. Richard T., Germaey C., Detournay E. A simplified model to explore the root cause of stick-slip vibrations in drilling systems with drag bits. Journal of Sound and Vibration. 2007. V. 305. № 3. P. 432-456.
4. Besselink B., van de Wouw N., Nijmeijer H. A semi-analytical of stick-slip oscillations in drilling systems // ASME Journal of Computational and Nonlinear Dynamics. 2011. V. 6. P. 021006 (9 pages).
5. Nurgaleev A.R., Tihonov V.S. Numerical simulation of KNBC oscillations in stick-slip mode when drilling with PDC bits // Neft'. Gaz. Novacii. 2011. № 1 (144). P. 12-15.
6. Tang L., Guo B., Zhu X., Shi Ch., Zhou Y. Stick-slip vibrations in oil well drillstring: A review // Journal of Low Frequency Noise, Vibration and Active Control. 2020. V. 12. P. 1-23.
7. Detournay E., Defourny P. A phenomenological model for the drilling action of drag bits // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts. 1992. V. 29. № 1. P. 13-23.
8. Monteiro H.L.S., Trindade M.A. Performance analysis of proportional-integral feedback control for the reduction of stick-slip-induced torsional vibrations in oil well drillstrings // Journal of Sound and Vibration. 2017. V. 398. P. 28-38.